

# Considération de l'incertitude à l'étude du rendement d'un multiplicateur bi-étage d'une éolienne

## Consideration of uncertainty in the efficiency study of a two-stage gearbox of a wind turbine

Mouna Hadj Kacem<sup>1,2</sup>, Abdelkhalak El Hami<sup>1</sup>, Hassen Trabelsi<sup>2</sup>, Lassaad Walha<sup>2</sup>, Mohamed Haddar<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire de Mécanique de Normandie LMN, Institut Nationale des Sciences Appliquées de Rouen, France

<sup>2</sup> Laboratoire de Mécanique, Modélisation et Productique LA2MP, Ecole National d'Ingénieurs de Sfax, Tunisie

**RÉSUMÉ.** La présente étude porte sur le rendement de transmission dynamique d'un multiplicateur d'éolienne double étage en considérant l'incertitude. Le travail consiste à considérer l'incertitude relative à la détermination du comportement dynamique de vitesse de déplacement angulaire d'entrée et de la sortie pour aboutir à l'efficacité. Les incertitudes envisagées dans ce travail sont le module d'engrenage et la rigidité à la torsion, appliquées indépendamment pour comprendre l'effet de chacun sur le système, et finalement d'une façon couplée pour atteindre des résultats par interaction.

Afin de s'approcher des valeurs réelles expérimentales, on applique l'incertitude avec la méthode du Monte Carlo dont les résultats seront la référence de vérification pour l'approche probabiliste Polynôme de Chaos.

**ABSTRACT.** The present study investigates the dynamic transmission efficiency of a two-stage wind turbine gearbox by considering the uncertainty. The work consists of considering the uncertainty in determining the dynamic behavior of input and output angular displacement velocity to achieve the efficiency. The uncertainties considered in this work are the gear modulus and torsional stiffness, applied independently to understand the effect of each on the system and finally in a coupled manner to reach results by interaction.

In order to approach the real experimental values, the uncertainty is applied with the Monte Carlo method, whose results will be the verification reference for the probabilistic Polynomial Chaos approach.

**MOTS-CLÉS.** Eolienne, Rendement d'engrenage, Analyse d'incertitude, Polynôme de Chaos.

**KEYWORDS.** Wind Turbine, Gearbox efficiency, Uncertainty analysis, Polynomial Chaos.

### 1. Introduction

Au fil de l'évolution de la technologie et de la diversification des systèmes, il est primordial de pouvoir varier les couples ou les vitesses angulaires, selon le système et le type de l'application. De ce fait, les engrenages constituent les dispositifs les plus envisagés, en raison de leur efficacité pouvant atteindre l'ordre de 0,96 à 0,99.

Faisant suite aux études de stabilité dynamique linéaire et non-linéaire [FAK 05], [ABB 11] les engrenages se présentent comme étant source de bruit résultant des vibrations qui découlent de la variété des variables incertaines [ELH 13]. Par conséquent, afin de garantir la fiabilité d'un système, il est manifestement essentiel d'étudier la fiabilité de l'efficacité de ces sous-systèmes.

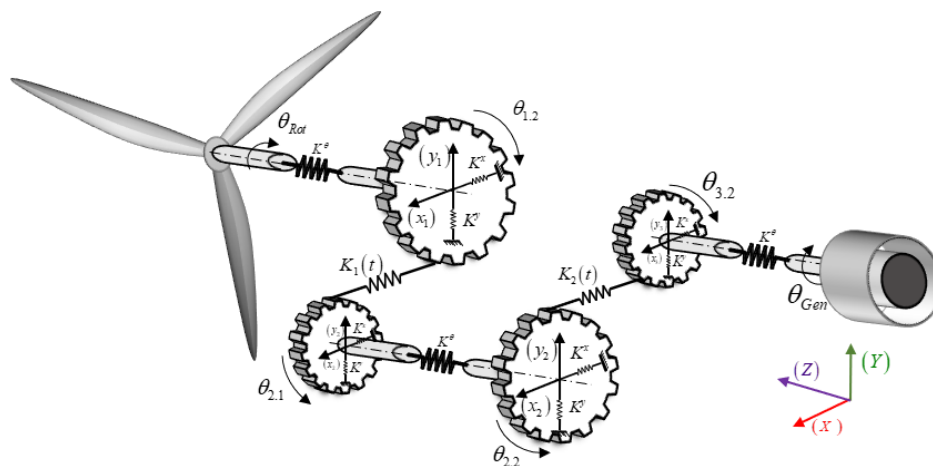
Dans la littérature, de nombreux outils d'étude de fiabilité sont utilisés, dont la méthode classique de Monte Carlo (MC), qui est la plus idéale pour tout type de simulation, toutefois plus coûteuse en termes de temps et du budget [KAL 09]. Par conséquent, diverses méthodes sont utilisées en fonction du type de simulation, du nombre de variables et de la complexité du calcul. Citons la méthode de Polynôme de Chaos Généralisé (GPC) [XIU 04] déjà utilisée à plusieurs reprises pour l'étude du comportement dynamique des systèmes d'engrenages en tenant compte des incertitudes [GUE 15], [BEY 16].

Nous abordons dans la prochaine partie le modèle dynamique et les différentes équations du système. Dans la troisième partie, on abordera les outils permettant la prise en compte de l'incertitude. Ces derniers contribuent à fournir les résultats des simulations numériques dans la quatrième partie. Enfin, une brève conclusion résumant les principaux résultats obtenus.

## 2. Equations du problème physique

### 2.1. Modèle dynamique

Le système de conversion d'énergie (SCE) d'une éolienne est un système complexe constitué de sous-systèmes sujets aux vibrations. Ces dernières résultent de la variation de vitesse du vent au niveau du couplage fort avec le rotor, ces vibrations sont transmises au multiplicateur, lui-même source d'autre sortes de vibrations au niveau de la denture d'engrenages, raideur d'engrènement ; pour aboutir au système le plus sensible dans le SCE, la génératrice. Le fonctionnement de ce troisième sous-système dépend de la vitesse angulaire lui étant transmise, aussi de la stabilité des performances dynamique du deuxième sous-système. Afin d'étudier le bon fonctionnement du SCE, il est question d'étudier le rendement du multiplicateur dont l'objectif de ce papier. Il est présenté par un système d'engrenages double étage (SEDE) avec un modèle à 12 degrés de liberté soumis à la variation du couple aérodynamique en fonction de temps et à la fluctuation de la rigidité de l'engrènement.



**Figure 1.** Modèle dynamique du SEDE en 3D

Le model dynamique du SEDE compte 12 degrés de liberté répartis comme suit : 6 déplacements linéaires partagés en deux ( $X_j$ ,  $Y_j$ ) sur chaque bloc ( $j=1$  à 3), tels qu'illustrés dans la figure.1, et 6 déplacements rotationnelles au sein de chaque roue dentée ainsi qu'au niveau du rotor et d'éléments tournants de la génératrice, conformément au vecteur de coordonnées générales  $\{Q(t)\}$  :

$$\{Q(t)\} = [x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, \theta_{(1,1)}, \theta_{(1,2)}, \theta_{(2,1)}, \theta_{(2,2)}, \theta_{(3,2)}, \theta_{(3,3)}]^T \quad [1]$$

Comme la montre la figure.1, chaque bloc est maintenus par un palier flexible qui se caractérise par une rigidité à la flexion  $K_f^j$  et une rigidité à la traction-compression  $K_c^j$ . Nous admettons une certaine rigidité à la torsion  $K_j^\theta$  aux arbres intermédiaires, étant donné leur masse insignifiante par rapport aux autres sous-systèmes du SCE.

## 2.2. Equation de système

L'équation de mouvement du système dépend de la déflexion de dents  $\delta_n(t)$  selon le nombre de contacts du SEDE et le vecteur de coordonnées  $\{Q(t)\}$  :

$$\delta_n(t) = \langle L_{\delta n} \rangle \{Q(t)\} \quad [2]$$

Avec  $\langle L_{\delta n} \rangle$  dépend de n-contact :

$$\langle L_{\delta 1} \rangle = \begin{bmatrix} -\sin(\alpha_1), \cos(\alpha_1), \sin(\alpha_1), -\cos(\alpha_1), 0, 0, 0, r_{12}^b, r_{21}^b, 0, 0, 0 \end{bmatrix} \quad [3]$$

$$\langle L_{\delta 2} \rangle = \begin{bmatrix} 0, 0, \sin(\alpha_2), -\cos(\alpha_2), -\sin(\alpha_2), \cos(\alpha_2), 0, 0, 0, r_{22}^b, r_{32}^b, 0 \end{bmatrix} \quad [4]$$

L'équation de mouvement d'un engrenage dépend de la matrice de masse en fonction de l'accélération, la matrice d'amortissement fonction de vitesse de déplacement et la rigidité fonction des déplacements, en équilibre avec la matrice de forces extérieures comme suit :

$$[M]\{\ddot{Q}\} + ([Cs] + \langle L \rangle^T \langle L \rangle [C(t)])\{\dot{Q}\} + ([Ks] + \langle L \rangle^T \langle L \rangle [K(t)])\{Q\} = \{F_{ext}\} \quad [5]$$

La matrice de masse générale est caractérisée par la matrice de masse  $[M_L]$  et celle des inerties  $[M_A]$  :

$$[M] = \begin{pmatrix} M_L & 0 \\ 0 & M_A \end{pmatrix} \quad [6]$$

La matrice de rigidité du structure  $[Ks]$  est une matrice constante qui dépende de la rigidité à la flexion et la rigidité à la traction-compression  $[Kp]$  avec la matrice de rigidité des arbres à la torsion  $[K_\theta]$  :

$$[Ks] = \begin{pmatrix} K_p & 0 \\ 0 & K_\theta \end{pmatrix} \quad [7]$$

La matrice de la rigidité d'engrènement  $[K(t)]$  dépend généralement de l'évolution de nombre de dents en contact qui varie entre (1 et 2) dont on peut distinguer une matrice moyenne  $[K_c]$  et une matrice variable  $[K_v(t)]$  :

$$[K(t)] = [K_c] + [K_v(t)] \quad [8]$$

L'amortissement permet généralement de réduire le taux de vibration. Il s'agit d'une valeur proportionnelle, par conséquent, on applique l'approximation relative à l'amortissement, fonction de la matrice de masse  $[M]$  et celle de rigidité indépendante du temps :

$$[C] = \psi [M] + \mu ([Ks] + [K_c]) \quad [9]$$

Avec les constantes :  $\psi = 10^{-2}$ ;  $\mu = 10^{-5}$

Le vecteur des forces extérieures repose sur le couple aérodynamique et le couple du générateur, variables en fonction du temps :

$$\{F_{ext}\} = [0, 0, 0, 0, 0, 0, C_{aero}(t), 0, 0, 0, 0, C_{gen}(t)]^T \quad [10]$$

La Couple aérodynamique dépend de la vitesse du vent, du Coefficient de puissance ainsi que le rayon du rotor :

$$C_{aero}(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\Omega_{wt}} \cdot \pi \cdot \rho_{air} \cdot R^2 \cdot C_p \cdot V_{win}^3(t) \quad [11]$$

Dont l'équation de la Vitesse du vent est considérée comme suit :

$$V_{win}(t) = V_{moy} [1 - 0.2 \cos(\omega_1 t) - 0.05 \cos(\omega_2 t)] \quad [12]$$

Avec ( $\omega_1 = \pi$ ;  $\omega_2 = 4\pi$ )

Le couple du générateur est en relation directe avec le couple aérodynamique et le rendement constante du multiplicateur qui peut être mesuré de la façon suivante :

$$C_{gen}(t) = \frac{-C_{aero}(t)}{\eta_{gear}} \quad [13]$$

$$\text{Avec } \eta_{gear} = \frac{Z_{12} \cdot Z_{22}}{Z_{21} \cdot Z_{32}} \quad [14]$$

Afin de déterminer numériquement la réponse dynamique du SEDE, on se sert de l'algorithme de Newmark, une méthode d'intégration temporelle par étapes, qui vise à résoudre les équations différentielles de déplacement ensuite d'accélération pour aboutir aux vitesses de déplacements.

Le rapport de transmission d'un engrenage caractérise toute à la fois la fiabilité de celui-ci et la stabilité de SCE. Ce paramètre revêt une grande importance étant donné qu'il est le plus souvent mentionné dans les cahiers des charges des multiplicateurs ou des réducteurs.

Reliant les intrants de la génératrice aux extrants du rotor, ce rapport est exploité cinématiquement, après avoir envisagé, comme un paramètre à valeur constante, suite à la caractérisation de système à corps rigide. Mais dans le contexte de notre étude, le système inclut la flexibilité des composants tels que la flexibilité des paliers, la flexibilité des arbres reliant les sous-systèmes et celle des dentures d'engrenages. Le rapport adopte une évolution au cours du temps plus concrète fluctuant autour d'une valeur moyenne qui décrit le mouvement du corps rigide.

La formulation qui caractérise la fluctuation du rapport de transmission dynamique (RTD) au cours du temps est fonction des vitesses de déplacement du rotor et des éléments tournants du générateur s'écrivent comme suit :

$$Rap(t) = \frac{\dot{\theta}_{32}(t) + \Omega_{gener}}{\dot{\theta}_{11}(t) + \Omega_{rotor}} \quad [15]$$

### 3. Incertitude (GPC)

L'étude de l'incertitude est aboutie principalement par le Polynôme de Chao Généralisé (GPC) et les résultats sont validés par la comparaison de ces derniers par rapport à celles achevée par la méthode de Monte Carlo (MC).

La méthode de MC se traduit par le fait de solver simultanément un modèle déterministe incorporant des facteurs incertains modélisés par des variables aléatoires [MAK 16]. Cette technique est applicable à toute sorte de fonction indépendamment de leurs entités probabilistes et des corrélations correspondantes de leurs distributions de probabilité [KAL 09].

La démarche du Chao polynomial [CHO 16] consiste à projeter des quantités aléatoires dans un espace de probabilités sous forme de présentation spectrale, en partant de la théorie de Wiener [ZEN 19] relative au chaos homogène. Elle introduit une distinction entre les éléments stochastiques et déterministes d'une fonction aléatoire [DAM 19].

Toute fonction du second ordre  $H(\omega)$  dans l'espace d'Hilbert  $L^2(\Omega, \delta, \text{Pr})$  peut être élaborée comme une série de fonctions polynomiales convergentes conformément à la logique de Wiener et la notion généralisée de Cameron Martin [LUO 18] :

$$U(\omega) = \sum_{j=0}^{\infty} \bar{v}_j \phi_j(\xi(\omega)); \text{ --- } \xi = (\xi_1, \xi_2, \dots) \quad [16]$$

$\xi(\omega)$  Est un vecteur contenant « r » variables aléatoires gaussiennes dans lesquelles  $\xi$  décrit sa forme explicite. Le processus stochastique U indique les modes  $\bar{v}_j$  et les fonctions  $\phi_j$  sont les fonctions polynomiales orthogonales [NEC 13].

L'expansion du Chaos polynomial est limitée à un nombre restreint de termes :

$$U = \sum_{j=0}^{N_p} \bar{v}_j \phi_j(\xi); \quad [17]$$

Le polynôme de Legendre d'ordre « n » été ainsi défini par la récurrence suivante :

$$(n+1)L_{n+1}(\nu) = (2n+1)\nu L_n(\nu) - nL_{n-1}(\nu) \quad [18]$$

Avec  $L_0(\nu) = 1$ ;  $L_1(\nu) = \nu$

Dans le domaine [-1,1], pour  $W(\nu) = 1$  correspond à la fonction de pondération du polynôme de Legendre. Celle qui traduit l'orthogonalité avec le produit scalaire :

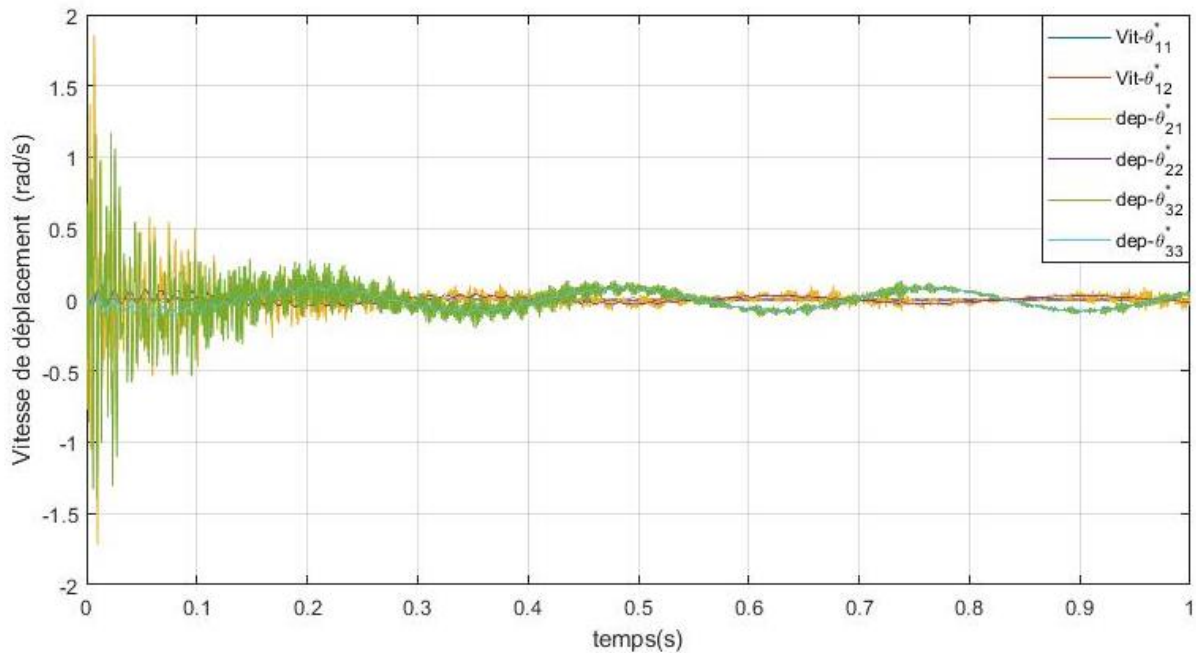
$$\langle L_n, L_m \rangle = \int_{-1}^1 L_n(\nu) L_m(\nu) d\nu = \frac{2}{2n+1} \delta_{nm} \quad [19]$$

### 4. Simulations et résultat

La simulation numérique réalisée sous MATLAB consiste à déterminer les vecteurs de vitesses de déplacement des facteurs de liberté angulaire, pour achever l'analyse du RTD. Par la suite, on procédera au recalcule de ces variables en appliquant la méthode probabiliste, en recourant à la loi uniforme du polynôme du chaos, en fonction de l'écart-type des paramètres incertains introduits.

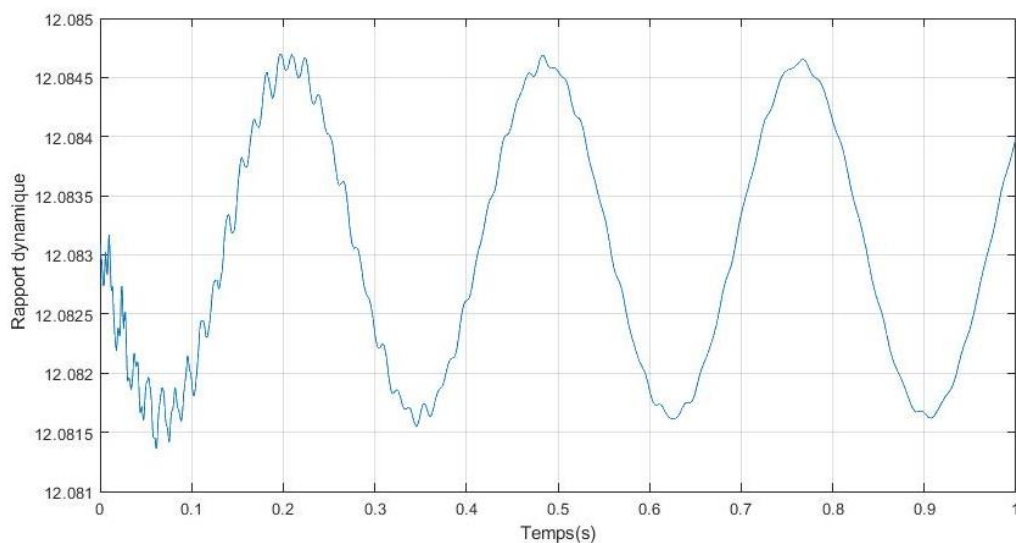
#### 4.1. Comportement dynamique du model

Afin de déterminer la variation du RTD et en partant de l'équation [15], il est indispensable de fournir les fluctuations des vitesses de déplacement angulaire du rotor et des éléments tournants du générateur. Examinons les fluctuations des vitesses de déplacement angulaire tout au long du processus de transmission.



**Figure 2.** *Fluctuation des vitesses se déplacements angulaires*

Les perturbations de vitesses de déplacement pour les premières fractions de seconde dans la figure.2 sont plus significatives sur les courbes des engrenages entraînés  $\dot{\theta}_{21}$  et  $\dot{\theta}_{32}$ , cependant l'influence de la flexibilité de la structure du système peut également être observée sur le profil de la courbe finale  $\dot{\theta}_{33}$  comparativement à la courbe initiale  $\dot{\theta}_{11}$ . Ces irrégularités de vitesses de déplacement engendrent des perturbations sur le RTD de l'engrenage comme illustré dans la figure.3.



**Figure 3.** *Rapport de transmission dynamique*

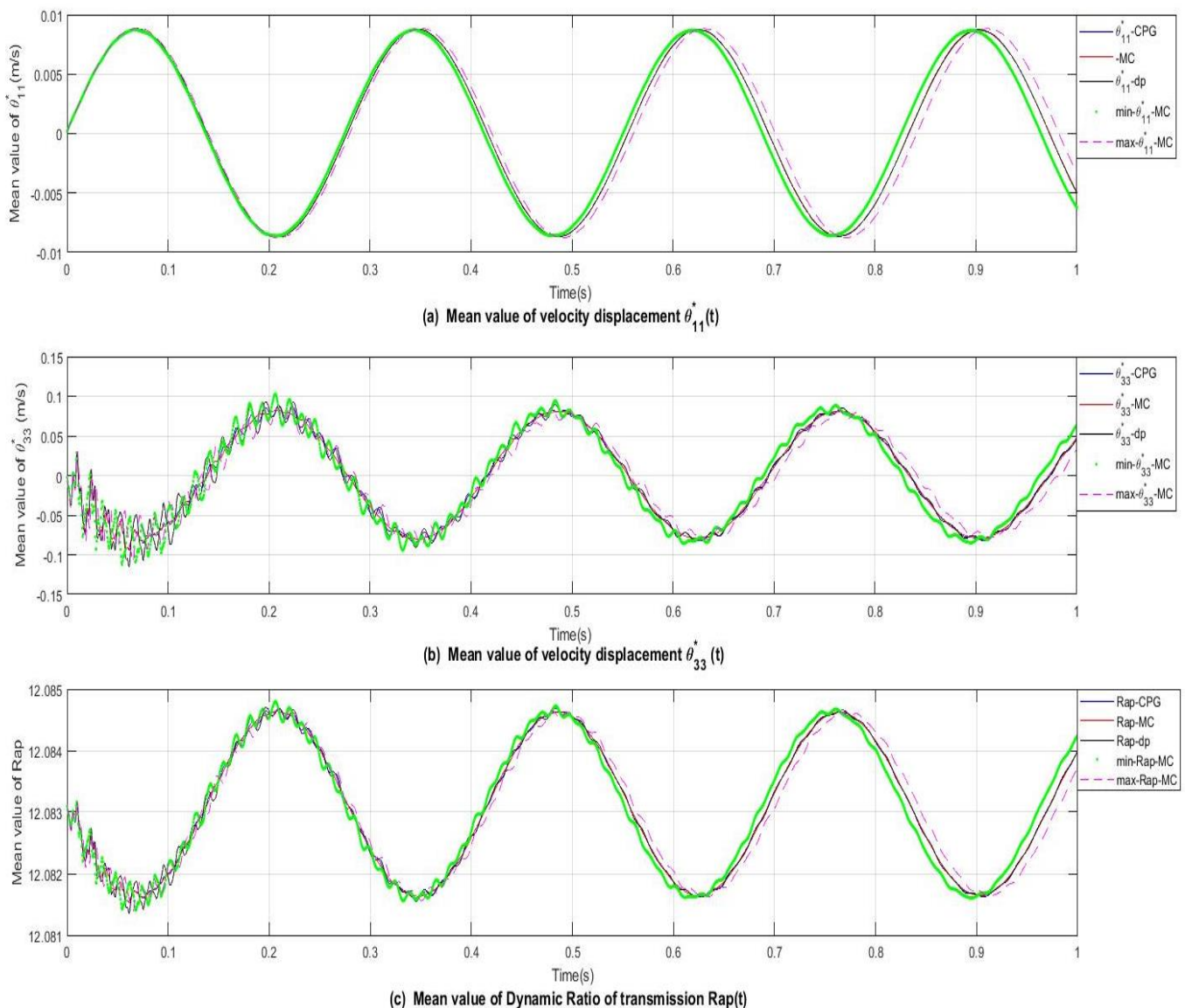


La génératrice, ou le troisième sous-système du SCE, est très sensible aux perturbations. Pour cette raison, on va étudier l'influence de l'incertitude apportée aux paramètres de conception sur le RTD.

## 4.2. Simulations Probabiliste forme découplée

Le présent rapport fonde les simulations d'incertitude par la mise en œuvre du GPC sur le modèle dynamique approprié et les vérifier avec 1000 simulations de MC. Ces résultats visent la vitesse de déplacement du rotor  $\dot{\theta}_{11}$  et la vitesse de déplacement des éléments rotatifs du générateur  $\dot{\theta}_{33}$ , pour aboutir au comportement du RTD. On considère l'incertitude pour le module ( $m=16 \cdot 10^{-3}$  [m]), qui décrit généralement les défauts de fabrication [TRA 21], la rigidité à la torsion ( $K^\theta = 5.10^5$  [N.m/rad]).

– La première simulation prend en compte l'incertitude du module pour un écart-type de  $\sigma_m = 5\%$  avec une bonne cohérence entre les résultats GPC et MC pour un polynôme de 2<sup>ème</sup> ordre.

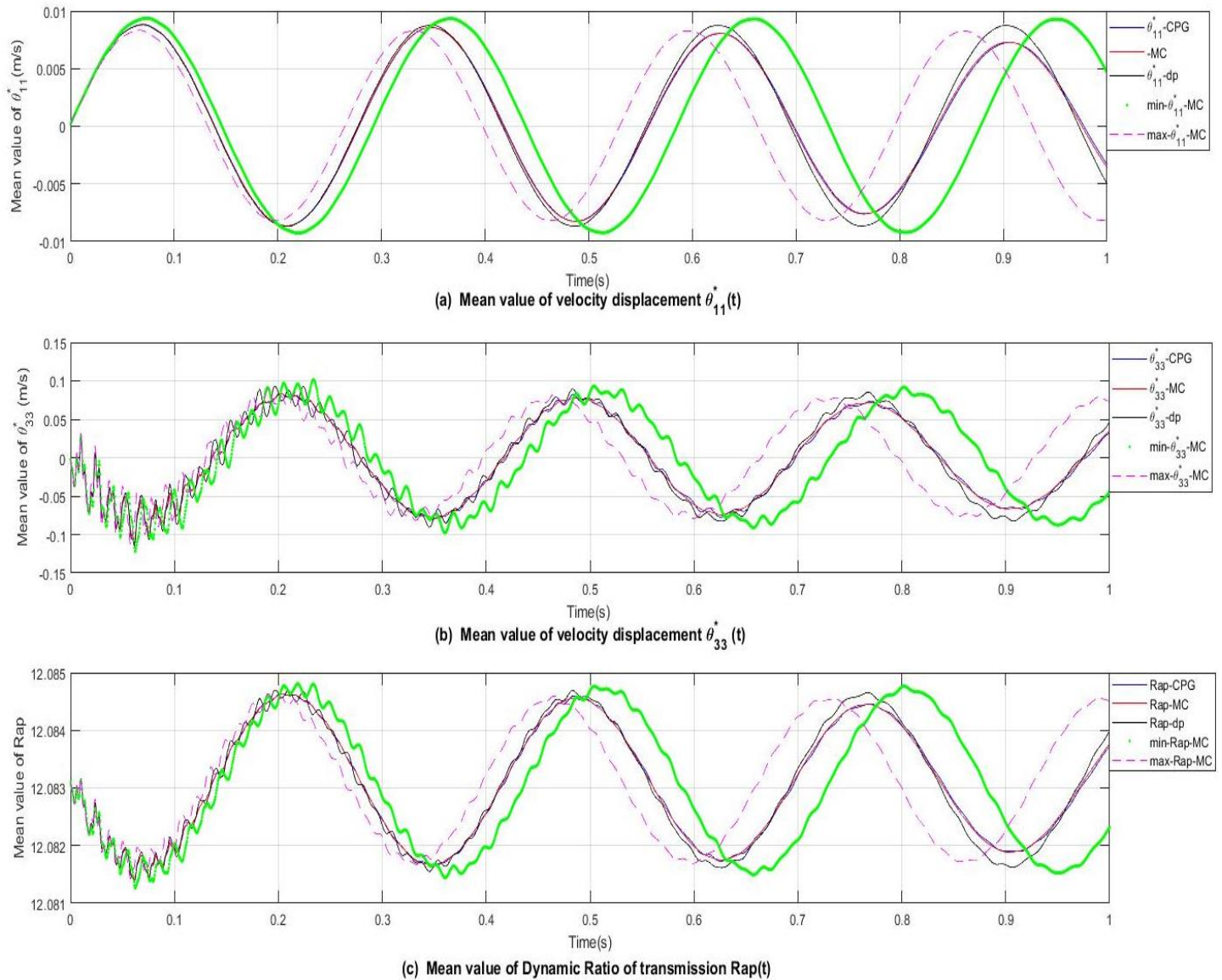


**Figure 4.** Comportement de la valeur moyenne pour  $\sigma_m = 5\%$

La figure.4 décrit l'influence de l'incertitude du module par 5 courbes sur chaque figure (a), (b) et (c) dont on peut trouver la courbe déterministe, les courbes moyennes de GPC et MC et les courbes des valeurs extrêmes de MC. C'est bien clair que pour une valeur minimale de module la réponse présente plus de perturbation sur la vitesse de déplacement ainsi que sur l'RTD

– La deuxième simulation prend en compte l’incertitude de la rigidité à la torsion pour un écart-type de  $\sigma_{K\theta} = 5\%$  avec une bonne cohérence entre les résultats GPC et MC pour un polynôme de 2<sup>ème</sup> ordre.

La figure.5(a), (b) et (c) illustre principalement la différence entre les réponses associées de GPC et MC par rapport à la réponse déterministe, où la moyenne de chacune d’entre elles fait preuve à davantage de stabilité en fonction de temps.



**Figure 5.** Comportement de la valeur moyenne  $\sigma_{K\theta} = 5\%$

De façon à mieux comprendre les répercussions de la rigidité à la torsion sur la vitesse de déplacement, on a mené une étude de valeurs extrêmes visant à cerner l’influence de la limitation ou de la majoration de ce paramètre. Les trois courbes (a), (b) et (c) de la figure.5 présentent une réponse semblable avec une amplitude légèrement inférieure à la réponse déterministe et une avance de phase pour une valeur maximale de la rigidité.

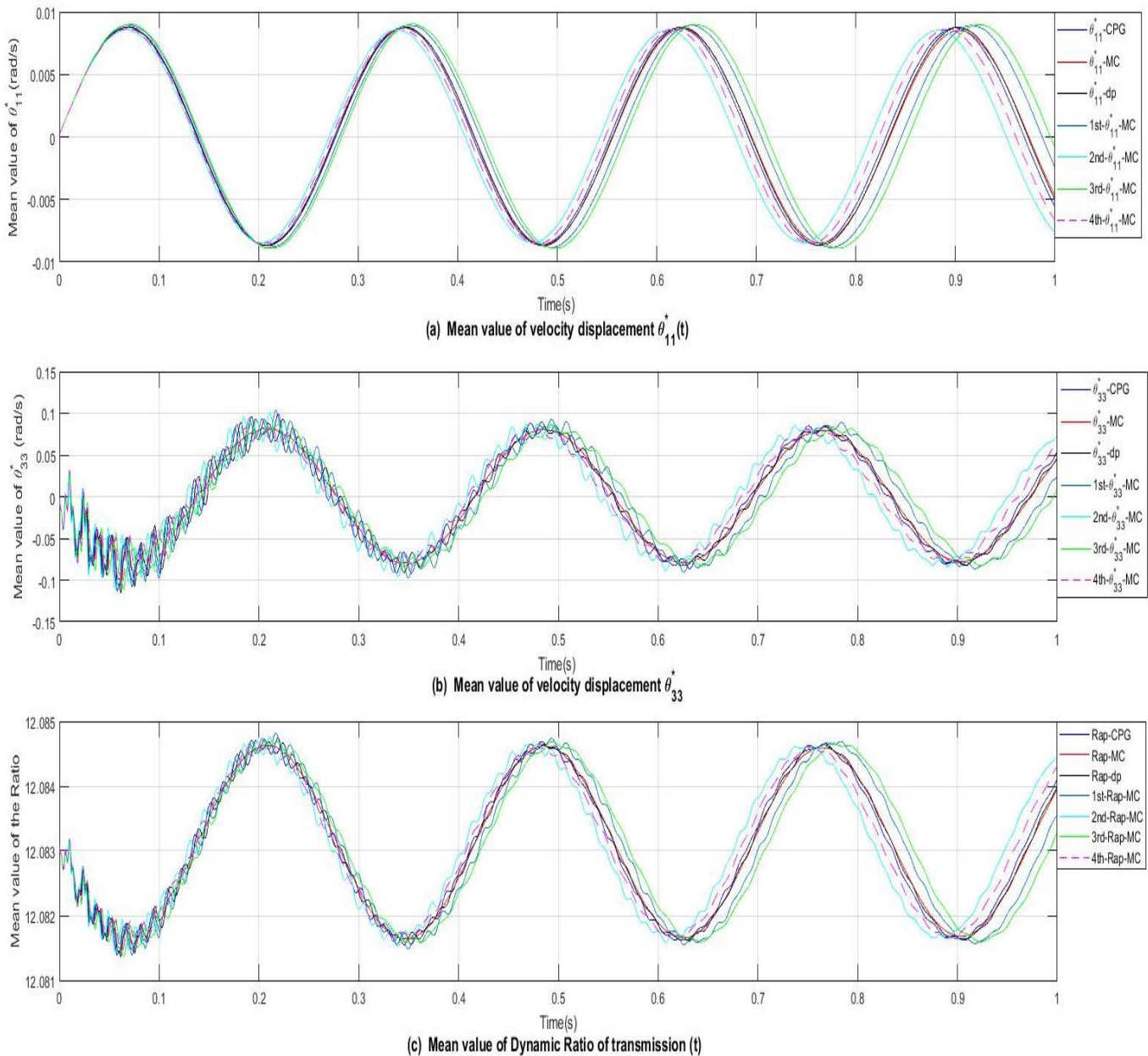
En effet, entre la valeur minimale de module et la valeur maximale de la rigidité torsionnelle, suffisamment de solutions peuvent être étudiées afin de sélectionner de façon adéquate les valeurs de chacune d’entre elles.



### 4.3. Simulations Probabiliste forme couplée

L'étude préalable prouve l'influence de chaque paramètre sur le RTD, ce qui entraîne l'étude du choix de valeurs de ces paramètres avec une considération de l'incertitude sous l'effet de l'interaction entre eux.

La concordance des réponses GPC et MC est assurée à la suite du recours à un polynôme d'ordre 4 correspondant à une combinaison d'écart-type de  $\sigma_m = 3\%$ ;  $\sigma_{K^\theta} = 4\%$ . Les illustrations de la figure.6(a), (b) et (c) décrivent l'influence de l'interaction entre ces deux paramètres au sein de la considération de l'incertitude associée à la détermination de la vitesse de déplacement d'entrée, de sortie et du RTD.



**Figure 6.** Comportement de la valeur moyenne pour  $\sigma_m = 3\%$ ;  $\sigma_{K^\theta} = 4\%$

La figure.6 met en évidence tout d'abord la correspondance des courbes des valeurs moyennes GPC et MC par rapport à la réponse déterministe ainsi que 4 autres courbes. Celles-ci présentent la réponse des valeurs extrêmes du nuage de variables aléatoires de la simulation MC qu'on retrouve dans le tableau.1 les valeurs de cette simulation  $\{\min(m)-\min(K^0); \min(m)-\max(K^0); \max(m)-\min(K^0);$

$\text{Max}(m)-\text{Max}(K^0)\}$ , afin d'avoir une évaluation concernant le type de réponse de ces deux variables en interaction.

Les deux courbes les plus significatives sont initialement, celle du module minimal et du maximum de rigidité. Cette courbe procure une avance de phase par rapport aux autres courbes. Ensuite, la courbe du quatrième cas est également importante et prouve une diminution de l'amplitude de vitesse de déplacement en fonction du le temps, comme illustré à la figure.6(c).

	Module m [m]	Rigidité $K^0$ [N.m/rad]
<b>1<sup>er</sup> cas : min-min</b>	$15.54 \cdot 10^{-3}$	480276.102
<b>2<sup>ème</sup> cas : min-Max</b>	$15.528 \cdot 10^{-3}$	517802.242
<b>3<sup>ème</sup> cas : Max-min</b>	$16.467 \cdot 10^{-3}$	482693.7676
<b>4<sup>ème</sup> cas : Max-Max</b>	$16.477 \cdot 10^{-3}$	518820.9114

**Tableau 1.** Valeurs extrêmes de nuage des variables aléatoires

L'évaluation des vibrations des systèmes rotatifs comme les engrenages est procédée, principalement, avec l'étude de déplacement de chaque élément selon les degrés de liberté associé à chaque élément. De la même importance la vitesse de ces déplacements est aussi indispensable pour évaluer son efficacité.

## 5. Conclusion

Le présent ouvrage étudie la considération de l'incertitude à la détermination du RTD d'un système engrenage double étage. L'approche déterministe MC est présente pour valider les résultats de celle probabiliste GPC ainsi que pour étudier les valeurs extrêmes de chaque simulation. Les paramètres de sensibilisation du système sont le module d'engrenage et la rigidité à la torsion.

Le travail commence par saisir la sensibilisation du système pour chaque variable, indépendamment à la détermination de la vitesse de déplacement dynamique du rotor de l'éolienne et celui des éléments tournants du générateur pour aboutir à la sensibilisation du RTD de SEDE. Ensuite, le même travail se traduit avec la considération de l'interaction entre les deux variables.

Les résultats de la sensibilisation prouvent que le RTD peut être plus stable pour une valeur maximale de la rigidité à la torsion pendant la considération de l'incertitude par interaction avec le module.

Les prochains développements consisteront à envisager plus de paramètres incertains au niveau des différents sous-systèmes de l'SCE pour prouver plus de stabilité du RTD.

## Bibliographie

- [FAK 05] FAKHFAKH, TAHAR, ET AL. "Effect of manufacturing and assembly defects on two-stage gear system vibration." *The international journal of advanced manufacturing technology* (2005).
- [ABB 11] ABOUDI, KAMEL, ET AL. "Dynamic behavior of a two-stage gear train used in a fixed-speed wind turbine." *Mechanism and Machine theory* 46.12 (2011): 1888-1900.

- [ELH 13] EL HAMI, ABDELKHALAK, AND BOUCHAÏB RADI. Uncertainty and optimization in structural mechanics. ISTE, New York : John Wiley & Sons, 2013.
- [KAL 09] KALOS, MALVIN H., AND PAULA A. WHITLOCK. Monte carlo methods. 2nd ed. Germany : John Wiley & Sons, 2009.
- [XIU 04] XIU, DONGBIN. Generalized (Wiener-Askey) Polynomial Chaos. Brown University, Ann Arbor, United States: UMI, 2004
- [GUE 15] GUERINE, A., ET AL. "A polynomial chaos method to the analysis of the dynamic behavior of spur gear system." *Structural Engineering and Mechanics* 53.4 (2015): 819-831
- [BEY 16] BEYAOUI, MOEZ, ET AL. "Dynamic behaviour of a wind turbine gear system with uncertainties." *Comptes Rendus Mecanique* 344.6 (2016): 375-387.
- [MAK 16] MAKHLOUFI, A., Y. AOUES, AND A. EL HAMI. "Reliability based design optimization of wire bonding in power microelectronic devices." *Microsystem Technologies* 22.12 (2016): 2737-2748.
- [CHO 16] CHOUVION, B., AND EMMANUELLE SARROUY. "Development of error criteria for adaptive multi-element polynomial chaos approaches." *Mechanical Systems and Signal Processing* 66 (2016): 201-222.
- [ZEN 21] ZENG, XIAOSHU, JOHN RED-HORSE, AND ROGER GHANEM. "Accelerated basis adaptation in homogeneous chaos spaces." *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 386 (2021): 114109.
- [DAM 19] DAMMAK, K., ET AL. "Numerical modelling of vibro-acoustic problem in presence of uncertainty: Application to a vehicle cabin." *Applied Acoustics* 144 (2019): 113-123.
- [LUO 18] LUO, XUE. "Error analysis of the Wiener–Askey polynomial chaos with hyperbolic cross approximation and its application to differential equations with random input." *Journal of Computational and Applied Mathematics* 335 (2018): 242-269
- [NEC 13] NECHAK, LYES, SÉBASTIEN BERGER, AND EVELYNE AUBRY. "Robust analysis of uncertain dynamic SYSTEMS : combination of the centre manifold and polynomial chaos theories." *WSEAS Transactions on systems* 9.4 (2013): 386-395.
- [TRA 21] TRABELSI, HASSEN, ET AL. "Consideration of the uncertainty in the dimensioning of a gearbox of a wind turbine." *Journal of Theoretical and Applied Mechanics* 59.1 (2021) : 67-79