

# Modélisation d'un réseau de distribution BT avec câbles préassemblés en Aluminium

## Modelling of LV distribution network with preassembled Aluminium cables

Yves Heri<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Département de Génie Electrique, Université de Lubumbashi, Congo (RD), yvesheri@gmail.com

**RÉSUMÉ.** L'accroissement de l'utilisation des câbles préassemblés en Aluminium en remplacement des anciennes lignes en cuivre requiert une attention particulière. Dans cet article, il s'agit d'établir les équations mathématiques qui définissent le fonctionnement d'un réseau construit avec des câbles en Aluminium préassemblés (CAP). Pour illustrer cette modélisation mathématique, un réseau test ayant 4 câbles de configuration 460 IEEE a été créé. Nos analyses se basent principalement sur le taux de déséquilibre et les chutes de tension que ces lignes ainsi constituées peuvent générer. Nous proposons un algorithme « Backward/Forward modifié » pour exécuter cette analyse. Sur le réseau test, deux dispositions de câbles ont été abordées à savoir une première dite « en polygone » et une seconde disposition dite « linéaire ». La première disposition nous donne un taux de déséquilibre de tension de 0,0083% et une chute de tension maximum de 1,5%. La deuxième disposition nous offre des résultats extrêmement proches. Ainsi on peut considérer que la disposition a un impact négligeable sur les performances de la ligne.

**ABSTRACT.** The increase in the use of preassembled aluminum cables to replace old copper lines requires special attention. In this article, it is a question of establishing the mathematical equations which define the functioning of a network constructed with preassembled aluminum cables. To use this mathematical model, a test network was created, with four cables of 460 IEEE configuration. Our analysis are mainly based on the rate of imbalance and the voltage drops that these lines thus formed can generate. We propose a modified “Forward/Backward” algorithm to execute this analysis. On the test network, two cable layouts were approached, namely a so-called “polygonal” layout and a second so-called “linear” layout. The first layout gives us maximum voltage imbalance rate in 0.0083% and a maximum voltage drop in 1.5%. The second layout gives us very similar results. So, we can consider that the layout has an insignificant impact on lines performances.

**MOTS-CLÉS.** Modélisation, Réseau de distribution, Déséquilibre de tension, câble préassemblé.

**KEYWORDS.** Modelling, Distribution grid, Voltage unbalance, preassembled cable.

### 1. Introduction

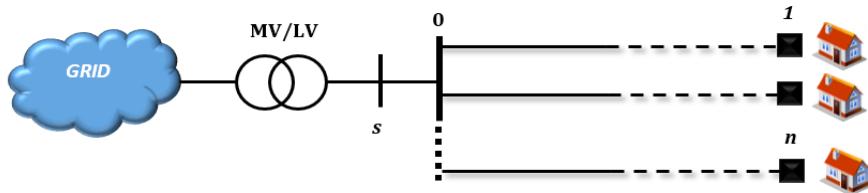
Depuis plusieurs années, on remarque dans les villes des pays en voie de développement telle que Lubumbashi une utilisation accrue des câbles préassemblés en aluminium (CPA) à la place des anciennes lignes en cuivre, cela est principalement dû au faible cout d'achat de ces câbles. Lors de cette étude, il s'agira de faire une modélisation d'un réseau de distribution aérien constitué des câbles préassemblés en aluminium, en vue d'établir les performances d'une telle ligne. Cette modélisation doit inclure les effets de proximité de ces câbles en établissant une matrice dont les éléments sont calculés par les équations de Carson.

Nous baserons nos analyses principalement sur le taux de déséquilibre et les chutes de tension que des lignes ainsi constituées peuvent générer. Sachant que la distribution en CPA, telle que couramment exécutée à Lubumbashi ne permet pas une connexion en dérivation des abonnés, leur connexion se fait souvent en un point unique, constituant ainsi un ensemble de  $n$  lignes se trouvant en parallèle, où  $n$  est le nombre d'abonnés se trouvant sur un tronçon. La modélisation et l'analyse dans le cas de deux lignes aériennes en parallèle ont déjà été abordées par [KER 04]. Sa modélisation considère un neutre continuellement raccordé à la terre permettant ainsi de faire une réduction de Kron de la matrice d'impédance primitive.

Cette hypothèse n'étant pas réaliste pour le cas des lignes en CPA, nous intégrerons le potentiel du neutre dans le modèle tel que proposé par [KOI 19]. Les effets de la mise à la terre du neutre sont présentés dans [OLI 18]. Lors de l'analyse en régime établi, l'algorithme Backward/Forward Sweep sera modifié afin de prendre en compte le potentiel du neutre. Un algorithme similaire est proposé par [KOT 19]. Notons que les matrices d'impédances considérées dans cet algorithme ne font pas appel à la réduction du Kron.

## 2. Structure du réseau

La structure générale de ce type de réseau est montrée à la figure 1. Il existe sur chaque tronçon  $n$  câbles devant alimenter  $n$  charges. Les câbles sont connectés en un point commun « 0 » et chaque ligne  $i$ , est de longueur  $L_i$ .



**Figure 1.** Structure du réseau à CPA

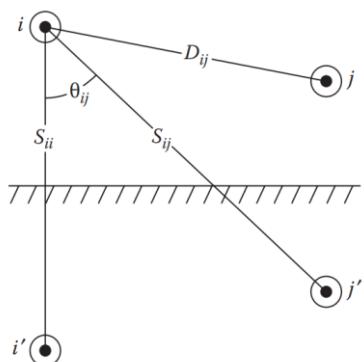
### 2.1. Modélisation des lignes

La modélisation d'une ligne consiste à établir les matrices reprenant les caractéristiques séries de la ligne (réactance, résistance) et ses caractéristiques transversales (admittances).

Les résistances de la ligne sont définies par la classique loi de Pouillet à laquelle on peut tenir compte des corrections dues à la température [KER 18], [GLO 12], [SAA 99]. Les impédances sont calculées par les équations de Carson [CAR 26] qui considère une terre homogène et en une seule couche et sans des courants de déplacement. Il existe des approches plus évoluées qui considèrent une terre multicouche [PAP 10], [PAG 05]. L'utilisation des équations de Carson telles qu'initialement proposées présente comme inconvénient la nécessité de calculer des suites infinies. Dans ce papier, nous utiliserons les équations de Carson modifiées qui permettent un calcul plus rapide des éléments de la matrice l'impédance [KER 18], [KER 04].

### 2.2. Impédances de ligne et équations de Carson

Ces équations reposent sur la méthode des images (chaque conducteur possède son image dans la terre mais ayant un courant opposé) (figure 2).



**Figure 2.** Positionnement de conducteurs et leurs images

Les équations de Carson donnent l'expression de l'impédance propre du conducteur  $i$  et de l'impédance mutuelle entre les conducteurs  $i$  et  $j$ .

$$\hat{z}_{ii} = r_i + 0,0493 + j0,0628 \left( \ln \frac{0,3048}{GMR_i} + 8,0252 \right) \Omega/km \quad (1)$$

$$\hat{z}_{ij} = 0,0493 + j0,0628 \left( \ln \frac{0,3048}{D_{ij}} + 8,0252 \right) \Omega/km \quad (2)$$

Avec  $i=1, 2, \dots$ ,  $i$ ème conducteur

$\hat{z}_{ii}$  = impédance propre du conducteur  $i$  en  $\Omega/km$

$\hat{z}_{ij}$  = impédance mutuelle entre les conducteurs  $i$  et  $j$  en  $\Omega/km$

$r_i$  = résistance du conducteur  $i$  en  $\Omega/km$

$GMR_i$  = rayon moyen géométrique du conducteur  $i$  en  $m$

$D_{ij}$  = distance entre les conducteurs  $i$  et  $j$  en  $m$

Ces équations sont établies en considérant une fréquence de 50 Hz et une résistivité du sol de 100  $\Omega m$ .

### 2.3. Admittances des lignes

Pour les lignes courtes, telles que les lignes des réseaux basse tension, on peut négliger les caractéristiques transversales sans impliquer une erreur considérable dans les résultats d'analyse de la ligne [KOI 19], [KER 18]. D'où notre modèle ne prendra en compte que les caractéristiques séries.

### 2.4. Modélisation de la ligne en CPA

Dans cette étude, nous proposons la configuration 460 IEEE [IEE 91] qui est un câble à quatre conducteurs, utilisé couramment dans la distribution triphasée. Ce câble est représenté à la figure 3. Les valeurs de résistance, de rayon moyen géométrique de ces câbles sont reprises dans le tableau 1.

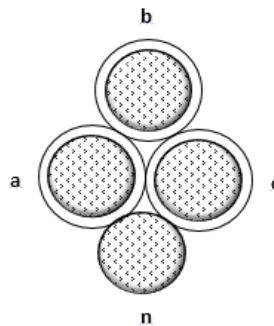


Figure 3. Configuration IEEE 460 câble quadruplex

	Résistance ( $\Omega/m$ )	Diamètre (m)	GMR (m)
2/0 AA	0,4778	0,0105	0,0038
2/0 ACSR	0,5561	0,0114	0,0016

Tableau 1. Caractéristiques du câble (IEEE 460)

## 2.5. Matrice d'impédance

La matrice primitive d'impédance du réseau est de dimension  $4n \times 4n$ .

$$Z_{\text{Primitive}} = \begin{bmatrix} L_{11} \times Z_{11} & \cdots & L_{1n} \times Z_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{n1} \times Z_{n1} & \cdots & L_{nn} \times Z_{nn} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Quelques remarques peuvent être faites en analysant les éléments de cette matrice :

1. Le terme primitive fait référence au fait que cette matrice est considérée sans simplification de Kron.
2. Les différents termes de cette matrice sont également des matrices mais de taille  $4 \times 4$ .
3. Les éléments de la diagonale sont égaux si on considère un même type de câble pour alimenter toutes les charges.
4. Cette matrice est symétrique ( $Z_{ij} = Z_{ji}$ ).
5.  $L_{ii}$  et  $L_{ij}$  représentent respectivement la longueur de la ligne  $i$  et longueur commune entre les lignes  $i$  et  $j$
6. Les éléments hors diagonal (les composantes mutuelles de la matrice) sont fonction des distances entre les câbles tel que :

$$\hat{z}_{ij}^{mn} = 0,0493 + j0,0628 \left( \ln \frac{0,3048}{d+E_{ij}} + 8,0252 \right) \Omega/km \quad (4)$$

Avec :

$\hat{z}_{ij}^{mn}$  : Impédance mutuelle entre le conducteur  $m$  appartenant au câble  $i$  et le conducteur  $n$  du câble  $j$ .

$d$  : distance minimale possible entre les câbles

$E_{ij}$  : Ecartement entre les câbles  $i$  et  $j$  ( $i \neq j$ ) pour tout  $i, j = 1 \dots n$ . En pratique cette distance dépend de la manière dont les câbles sont tendus et accrochés sur les piliers.

En appliquant la loi de Kirchhoff, on peut exprimer les tensions au bout de chaque ligne en fonction de la matrice primitive d'impédances.

$$[U] = [U_0] - [\Delta U] \quad (5)$$

Avec :

$[U]$  : Matrice  $4n \times 1$  des tensions en fin de ligne ;

$[U_0]$  : Matrice  $4n \times 1$  des tensions en début de ligne (nœud 0) ;

$[\Delta U]$  : Matrices  $4n \times 1$  des chutes de tension sur l'ensemble des lignes.

$$[\Delta U] = Z_{\text{Primitive}} \times [I] \quad (6)$$

$[I]$  représente la matrice  $4n \times 1$  des courants des lignes.

## 2.6. Analyse du réseau

Dans cette section, nous allons présenter l'algorithme Forward/Backward Sweep modifié. Dans cet algorithme, nous considérons que les charges sont de type puissance fixe sous forme :

$$[S_{abc}]_i = \begin{bmatrix} S_a^i \\ S_b^i \\ S_c^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_a / \underline{\theta}_a \\ S_b / \underline{\theta}_b \\ S_c / \underline{\theta}_c \end{bmatrix} \quad (7)$$

Où  $S_a$ ,  $S_b$  et  $S_c$  sont les puissances apparentes sur les trois phases.  $\underline{\theta}_a$ ,  $\underline{\theta}_b$  et  $\underline{\theta}_c$  sont les angles de déphasage du courant par rapport à la tension sur les trois phases.

---

### Algorithme 1 : Forward/ Backward Sweep Modifié

**Entrées :**  $[U_0]$ ,  $[Z]$ ,  $[S]$ ,  $\varepsilon$

**Sorties :**  $[V_i^k]$ ,  $[I_i^k]$

**1 : initialisation :**  $k = 1$ ,  $[I_i^k] = 0$

---

**2 : Faire**

**3 : Forward sweep :**  $[V_i^k] = \begin{bmatrix} V_a^i \\ V_b^i \\ V_c^i \\ V_n^i \end{bmatrix}^k = [U_0] - [Z] \cdot [I_i^k]$

**4: Backward sweep :**  $[I_i^k] = \begin{bmatrix} I_a^i \\ I_b^i \\ I_c^i \\ I_n^i \end{bmatrix}^k = \begin{bmatrix} \left( \frac{S_a^i}{(V_a^i - V_n^i)^k} \right)^* \\ \left( \frac{S_b^i}{(V_b^i - V_n^i)^k} \right)^* \\ \left( \frac{S_c^i}{(V_c^i - V_n^i)^k} \right)^* \\ -(I_a^i + I_b^i + I_c^i)^k \end{bmatrix}$

---

**5: Incrémentation :**  $k += 1$

---

**6: Tant que :**  $\max(|[V_i^k]| - |[V_i^{k-1}]|) \leq \varepsilon$

---

**7: retourner :**  $[V_i^k]$ ,  $[I_i^k]$

### 3. Réseau Test

Nous concevrons pour cette étude un réseau test devant alimenter quatre charges (maisons) ayant chacune une puissance de 5 kVA sous un facteur de puissance de à 0,86. Ces charges sont considérées triphasées équilibrées de telle sorte que tout déséquilibre sur les tensions les alimentant puisse être imputé à la ligne. La tension au départ du feeder est 400 V entre phases soit environ 230 V entre phase et neutre. Notons que la tension du neutre n'est considérée nulle qu'au début du feeder car le neutre est connecté à la terre qu'à ce niveau. La longueur de chaque tronçon de la ligne est de 100 m. Le réseau établit ne prend en compte aucune régulation de tension.

Le vecteur des tensions simples au départ du feeder s'écrira donc :

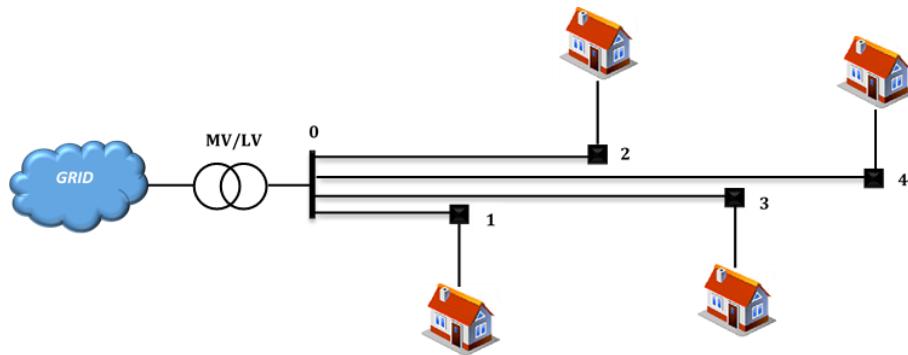
$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ V_n \end{bmatrix}_i^{(0)} = \begin{bmatrix} 230/\underline{0^\circ} \\ 230/\underline{-120^\circ} \\ 230/\underline{120^\circ} \\ 0 \end{bmatrix} V \quad (8)$$

Avec  $i = 1 \dots 4$  ;

Chaque charge peut se mettre sous la forme d'un vecteur des puissances complexes, de

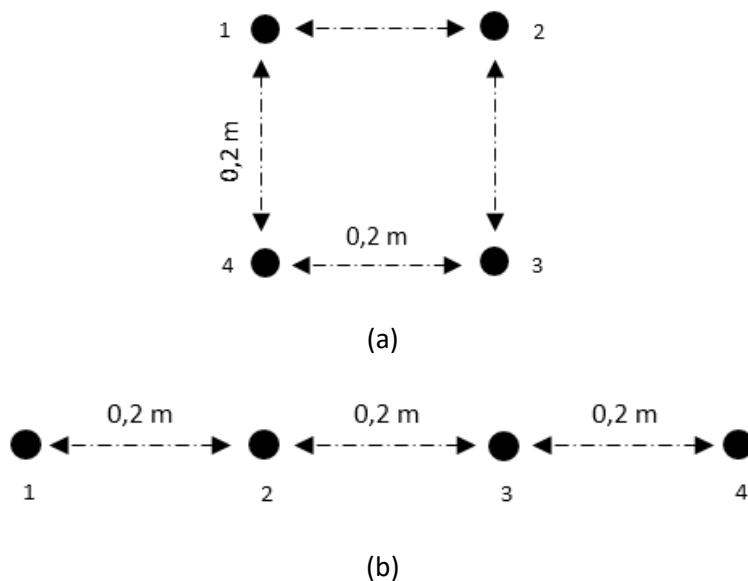
$$[S_{abc}]_i = \begin{bmatrix} 5/\underline{30.7^\circ} \\ 5/\underline{30.7^\circ} \\ 5/\underline{30.7^\circ} \end{bmatrix} kVA \quad (9)$$

La figure 4 donne la représentation du réseau test.



**Figure 4.** Configuration du feeder avec lignes en CAP

Les conducteurs de phase ont comme caractéristiques 2/0 AA et le conducteur de neutre est de type 2/0 ACSR, l'épaisseur de l'isolant est de 60 mils soit 1,524 mm en SI. Le tableau I reprend les caractéristiques de ces câbles. Nous considérons dans cet article deux dispositions des câbles une première appelée « linéaire » ou « standard » et une seconde dite « polygone ». L'écartement minimum considéré est de 20 cm entre les câbles. La figure 5 montre les deux dispositions.



**Figure 5.** Disposition des câbles (a) Polygone (b) Linéaire

### 3.1. Modélisation des lignes

En appliquant les équations de Carson, nous obtenons la matrice primitive ci-après :

$$Z_{\text{primitive}} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & 2Z_{22} & 2Z_{23} & 2Z_{24} \\ Z_{31} & 2Z_{32} & 3Z_{33} & 3Z_{34} \\ Z_{41} & 2Z_{42} & 3Z_{43} & 4Z_{44} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Ayant considéré le même type de câble pour alimenter les 4 charges, les matrices  $Z_{ii}$  sont identiques et elles sont définies sur une distance de 100 m.

$$Z_{ii} = \begin{bmatrix} 0,5271 + j0,7793 & 0,0493 + j0,6995 & 0,0493 + j0,6995 & 0,0493 + j0,7070 \\ 0,0493 + j0,6995 & 0,5271 + j0,7793 & 0,0493 + j0,6995 & 0,0493 + j0,5892 \\ 0,0493 + j0,6995 & 0,0493 + j0,6995 & 0,5271 + j0,7793 & 0,0493 + j0,7070 \\ 0,0493 + j0,7070 & 0,0493 + j0,5892 & 0,0493 + j0,7070 & 0,6054 + j0,8337 \end{bmatrix} \Omega/km \quad (11)$$

Les éléments des matrices hors diagonal, sont identiques et on les calcule par l'équation (4). Ces éléments dépendent des écartements entre câbles. Rappelons que ces distances d'écartements dépendent évidemment de la disposition considérée.

#### 3.1.1. Disposition linéaire

Tel que montré à la figure 5b, dans la disposition « linéaire »,  $E_{12} = E_{23} = E_{34} = 0,2 \text{ m}$ ,  $E_{13} = E_{24} = 0,4 \text{ m}$  et  $E_{14} = 0,6 \text{ m}$ . Ainsi les éléments des matrices d'impédances mutuelles sont :

$$\hat{z}_{12}^{mn} = \hat{z}_{23}^{mn} = \hat{z}_{34}^{mn} = 0,0049 + j0,0527 \Omega \quad (12)$$

$$\hat{z}_{13}^{mn} = \hat{z}_{24}^{mn} = 0,0049 + j0,0485 \Omega \quad (13)$$

$$\hat{z}_{14}^{mn} = 0,0049 + j0,0460 \Omega \quad (14)$$

#### 3.1.2. Disposition polygone

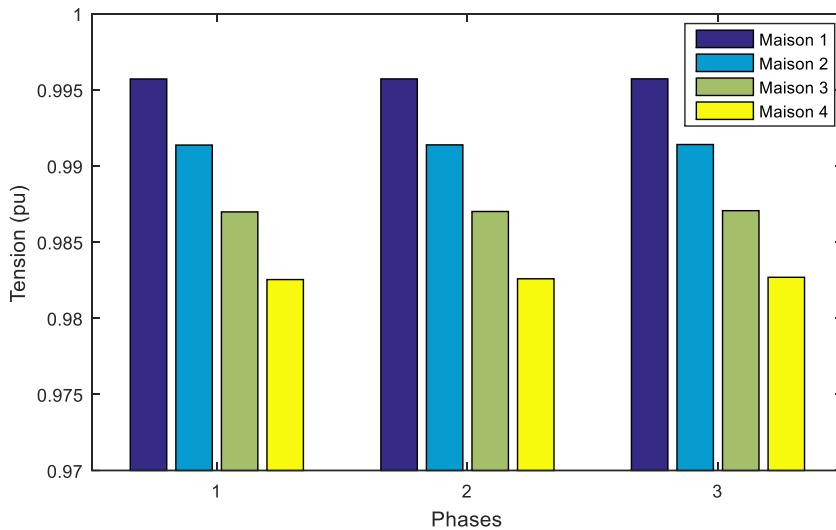
Tel que montré à la figure 5a, dans la disposition « polygone »,  $E_{12} = E_{23} = E_{34} = E_{41} = 0,2 \text{ m}$  et  $E_{13} = E_{24} = \sqrt{2} \times 0,2 \text{ m}$ . Ainsi les éléments des matrices d'impédances mutuelles sont :

$$\hat{z}_{12}^{mn} = \hat{z}_{23}^{mn} = \hat{z}_{34}^{mn} = \hat{z}_{41}^{mn} = 0,0049 + j0,0527 \Omega \quad (15)$$

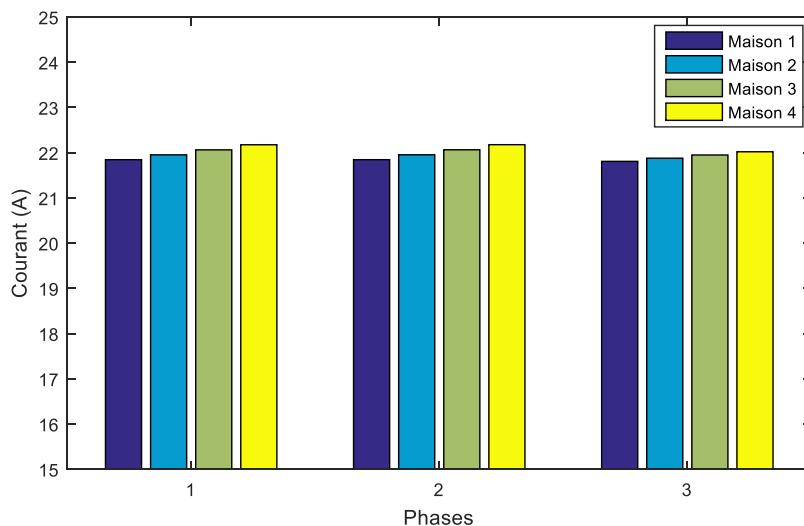
$$\hat{z}_{13}^{mn} = \hat{z}_{24}^{mn} = 0,0049 + j0,0506 \Omega \quad (16)$$

### 3.2. Analyse du réseau

Les figures 6 et 7 montrent respectivement les tensions et les courants sur le réseau dans la disposition linéaire des câbles. Nous faisons le choix de présenter uniquement les résultats de cette disposition car nous avons obtenus des résultats identiques (différence de 0,02%) pour la disposition en polygone. Les chutes de tension sont de l'ordre de 1,5% ce qui reste acceptable pour un réseau de distribution basse tension.



**Figure 6.** Tensions aux charges du réseau



**Figure 6.** Courants dans les lignes du réseau

Le tableau 2 montre les autres résultats obtenus lors de l'analyse à savoir les courants dans le neutre, les potentiels du neutre et les déséquilibres de courant et de tension. On remarque que les lignes induisent un déséquilibre très faible sur les paramètres

	Maison 1	Maison 2	Maison 3	Maison 4
Tensions Neutre	0,274 V	0,5173 V	0,7802 V	1,0460 V
Déséquilibres U	0,0005%	0,0020%	0,0046%	0,0083%
Courants Neutre	0,0003 A	0,0011 A	0,0025 A	0,0045 A
Déséquilibres I	0,0575%	0,1164%	0,1767%	0,2385%

**Tableau 2.** Résultats de l'analyse

## 4. Conclusion

Nous avions principalement trois objectifs dans cet article à savoir : établir un modèle général d'un réseau à câbles préassemblés avec  $n$  câbles en parallèle, définir un algorithme d'analyse pour ce type de distribution afin de considérer les effets du neutre et enfin étudier l'impact de la disposition des câbles sur les paramètres du réseau.

Des résultats montrés dans cet article nous pouvons comprendre qu'une distribution en CPA ne présente pas de défauts dus à la proximité entre les conducteurs. Les principaux paramètres sur lesquelles nous nous sommes basés afin d'évaluer la qualité de cette distribution sont dans des marges de valeurs faibles. A cela s'ajoute le fait que ces paramètres restent très peu influencés par la disposition des câbles les uns par rapport (une différence d'environ 0,02%).

Rappelons tout de même que les résultats présentés sont liés aux hypothèses considérées lors du calcul des paramètres des lignes à la fois une résistivité de  $100 \Omega\text{m}$ , une fréquence de 50 Hz mais également le fait de considérer les paramètres transversaux des lignes comme étant négligeables.

## 5. Bibliographie

- [CAR 26] Carson, John. "Wave propagation in overhead wires with ground return." (*Bell System Technical Journal*) t, no. 539-54 (1926).
- [GLO 12] Glover, Duncan, Sarma Mulukutla, and Thomas Overbye. *Power system analysis and design*. CENGAGE Learning, 2012.
- [KER 04] KERSTING W. "The modeling and analysis of parallel distribution lines." *IEEE Transctions on Power Systems*, 2004.
- [KER 18] Kersting, William. *Distribution system modeling and analysis*. CRC Press, 2018.
- [IEE 91] IEEE Distribution Planning Working Group. "Radial Distribution test feeder." (*IEEE Transactions on Power systems*) 6, no. 3 (1991).
- [KOI 19] Koirala, Arpan, D'hulst Reinhilde, and Dirk Van Hertem. "Impedance modelling for european style distribution feeder." *IEEE Transactions on power delivery*, 2019.
- [KOT 19] Kotsonias, Andreas, Lenos Hadjidemetriou, and Elias Kyriakides. "Power flow for a four-wire radial low voltage distribution grid with single point grounded neutral." (Proc. IEEE PowerTech) 2019.
- [OLI 18] Olivier, Frederic, Raphael Fonteneau, and Damien Ernst. "Modelling of three-phase four wire low-voltage cables takimg into account the neutral connection to earth." 2018.
- [PAP 10] Papadopoulos, Theofilos, Grigoris Papagiannis, and Dimitris Labridis. "A generalized model for the calcultion of the impedances and admittances of overhead power lines above stratified earth." (*Electric Power Systems Research*) 2010.
- [PAG 05] Papagiannis, Grigoris, Dimitrios Tsiamitros, Dimitris Labridis, and Petros Dokopoulos. "A systematic approach to evaluation of the influence of multilayered earth on overhead power transmission lines." (*IEEE Transactions on power delivery*) 20, no. 4 (2005).
- [SAA 99] Saadat, Hadi. *Power System analysis*. McGraw-Hill, 1999.