

Evolution du rendement dans un cycle de Carnot moteur irréversible adiabatique

Evolution of efficiency of an adiabatic irreversible Carnot engine cycle

Ronan Irzykiewicz¹, Michel Feidt²

¹ Nancy, France, s1yzqxcwp@mozmail.com

² Université de Lorraine, CNRS, LEMTA, F54000 Nancy, France, michel.feidt@ensem.inpl-nancy.fr

RÉSUMÉ. Cette étude se propose d'établir une expression de l'Energie et du rendement optimisé en température dans le cas d'un cycle de Carnot moteur irréversible adiabatique, pour un convertisseur de dimension physique finie et des réservoirs infinis (Température constante). Une étude de sensibilité paramétrique des expressions obtenues est ensuite présentée.

ABSTRACT. This study proposes to establish an expression of the efficiency optimized in temperature in the case of an adiabatic irreversible driving Carnot cycle, for a converter of finite physical dimension and infinite reservoirs (constant temperature).

MOTS-CLÉS. Carnot, Irréversible, entropie, rendement, moteur, réel, modèle, rendement maximum, rendement au maximum de travail.

KEYWORDS. Carnot, Irreversible, entropy, efficiency, motor, real, model, maximum efficiency, efficiency at maximum work.

1. Introduction -état de l'art

1.1. Objet de la présente proposition

Il est établi dans la littérature scientifique actuelle [Car 24] que le cas endoréversible du moteur de Carnot a un rendement théorique pour une puissance maximale de :

$$\eta_1 = 1 - \frac{T_C}{T_H} \quad [1]$$

L'optimisation de Curzon-Ahlborn du modèle de Carnot endoréversible [Cur 75] vaut :

$$\eta_2 = 1 - \sqrt{\frac{T_{CS}}{T_{HS}}} \quad [2]$$

Cette étude se propose d'établir une expression plus complète du rendement maximale, puis dans le cas d'un rendement au maximum de travail, comme ils ont été définis dans les études [Nov 57, 58].

1.2. Etat de l'art synthétique

Pour ce faire on retrace succinctement l'évolution du sujet depuis la proposition de Carnot, dont les 200 ans ont été considérées en 2024 [Van 05]. Depuis Carnot on sait qu'il existe une limite théorique au rendement d'un moteur thermique. Pour deux thermostats (température constante de la source chaude, T_{HS} , puis du puits froid, T_{CS}) le rendement maximal du cycle de Carnot réversible est donné par $\eta_C = 1 - \frac{T_{CS}}{T_{HS}}$. Mais la puissance moyenne du moteur réversible dont la durée du cycle est infinie, devient nulle.

Du fait des irréversibilités inévitables, tout rendement de moteur réel est inférieur au rendement de Carnot.

En 1975 Curzon et Ahlborn [Cur 75] ont développé un modèle du cycle de Carnot endoréversible, mais avec irréversibilité de transfert au source et puits. Le rendement au maximum de puissance de ce modèle conduit à la relation [2] souvent appelée *nice radical*. En fait, ce résultat a été proposé bien avant 1975 [Fei 17a].

Depuis de nombreux travaux ont été proposés : à voir la liste de référence non exhaustive [Esp 10, Fei 17a, Guo 13, Mor 12, Nar 18], puis les travaux de notre groupe [Fei 17b, 19, 20, 21, 22].

1.3. Plan de l'article

Le paragraphe 2 rapporte du modèle de cycle de Carnot irréversible. Le paragraphe 3 fournit l'expression générale du rendement au sens du premier principe. Le paragraphe 4 optimise l'énergie mécanique produite par le cycle de Carnot irréversible sans pertes thermique. Le paragraphe 5 est une étude de sensibilité paramétrique de la valeur maximale du rendement à l'optimum d'énergie mécanique en réalisant une forme adimensionnée. Ce paragraphe fournit un ensemble complet de courbes dont le sous paragraphe 5.6 exprime les principales conclusions.

Le paragraphe 6 est dédié à l'optimisation en température du travail mécanique utile. Le paragraphe 7 est consacré à l'étude de la sensibilité paramétrique du travail utile optimisé en température (en paragraphe 6).

Les paragraphes 8 et 9 résument l'analyse comparative du rendement maximum avec le rendement au maximum de travail utile. Les détails de calcul sont à disposition auprès des auteurs sous forme d'annexes.

2. Etablissement du cycle de Carnot moteur

Soit un cycle de Carnot moteur adiabatique tel que représenté dans le diagramme TS ci-dessous :

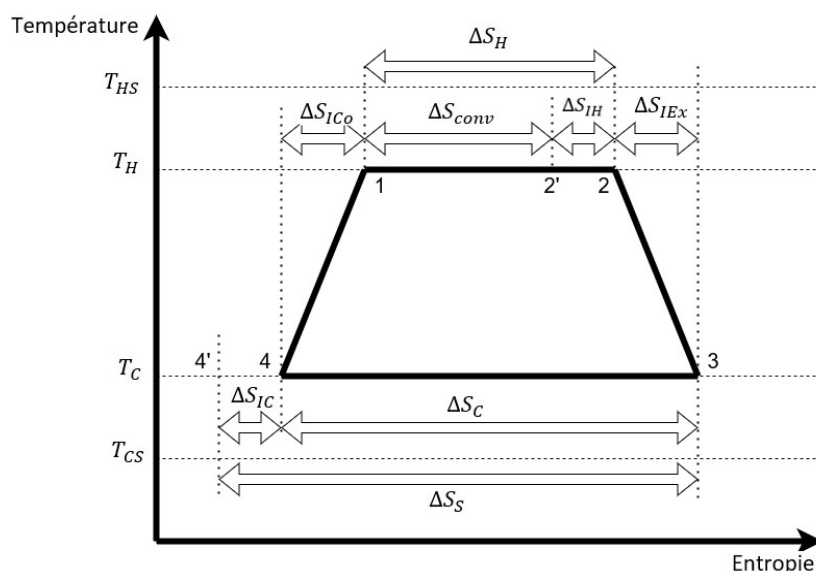


Figure 1. Schéma du diagramme TS dans le cas d'un cycle de Carnot moteur dont les transformations isothermes et adiabatiques sont linéarisées

Lorsque nous effectuons le bilan d'énergie sur un cycle (1 ; 2' ; 2 ; 3 ; 4' ; 4 ; 1), nous avons alors le travail fourni (W), qui s'obtient dans le cas endoréversible en faisant la différence entre la quantité de

chaleur transférée de la source chaude vers le convertisseur (Q_H), et la quantité de chaleur transférée du convertisseur vers le puits froid (Q_C) :

$$W = Q_H - Q_C \quad [3]$$

Soit Q_{conv} la quantité de chaleur en provenance de la source chaude et qui est effectivement convertie en travail, et Q_S la quantité de chaleur qui sort du système, alors on a dans le cas irréversible :

$$W = Q_{conv} - Q_S \quad [4]$$

Soit ΔS_{IH} la production d'entropie le long de l'isotherme haute du convertisseur ; ΔS_{IC} la production d'entropie le long de l'isotherme basse du convertisseur ; ΔS_{IEx} l'entropie produite lors de la détente adiabatique ; ΔS_{ICo} l'entropie produite lors de la compression adiabatique.

Lorsque nous effectuons le bilan entropique de ce cycle à partir de la figure (1), on aboutit à l'expression de la production d'entropie totale le long du cycle (ΔS_I) telle que :

$$\Delta S_I = \Delta S_{IH} + \Delta S_{IEx} + \Delta S_{IC} + \Delta S_{ICo} \quad [5]$$

Par définition, lors d'une transformation, l'entropie échangée (ΔS_e) est définie telle que :

$$\Delta S_e = \int_{\text{état initial}}^{\text{état final}} \frac{\partial Q}{T} \quad [6]$$

Dans le cas du cycle de Carnot moteur tel que présenté sur la figure 1, puisque l'entropie totale lors d'un cycle est égale à la somme d'entropies produites et échangées, alors un bilan entropique conduit à l'égalité suivante :

$$\frac{Q_{conv}}{T_H} + \Delta S_I - \frac{Q_S}{T_C} = 0 \quad [7]$$

De plus, si l'on effectue le bilan entropique local entre la source chaude et le convertisseur sur la transformation isotherme à T_H , on obtient :

$$\frac{Q_H}{T_H} - \frac{Q_{conv}}{T_H} - \Delta S_{IH} = 0 \quad [8]$$

De même, si l'on effectue le bilan entropique local entre le puits froid et le convertisseur sur la transformation isotherme T_C , on obtient :

$$\frac{Q_S}{T_C} - \frac{Q_C}{T_C} - \Delta S_{IC} = 0 \quad [9]$$

En combinant les égalités [7] et [8], on aboutit à l'expression suivante :

$$\frac{Q_H}{T_H} + \Delta S'_I - \frac{Q_S}{T_C} = 0 \text{ avec } \Delta S'_I = \Delta S_I - \Delta S_{IH} \quad [10]$$

Si l'on note G_H la conductance thermique entre la source chaude et le convertisseur ; G_C la conductance thermique entre le puit froid et le convertisseur, et que l'on suppose en première approximation que les lois de transfert thermique sont linéaires, alors cela implique l'égalité suivante :

$$\frac{G_H(T_{HS} - T_H)}{T_H} + \Delta S'_I - \frac{G_C(T_C - T_{CS})}{T_C} = 0 \quad [11]$$

De façon pratique, nous définissons également la conductance totale (noté G_T et qui reste à distribuer de façon optimale entre la source et le puits) telle que :

$$G_T = G_H + G_C \quad [12]$$

REMARQUE. L'entropie $\Delta S'_I$ peut-être exprimé tel que :

$$\Delta S'_I = \Delta S_{IEx} + \Delta S_{IC} + \Delta S_{ICo} \quad [13]$$

3. Expression générale du rendement au sens du premier principe

Par définition le rendement (η) est tel que :

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{Q_{conv} - Q_S}{Q_H} = \frac{T_H \Delta S_{conv} - T_C \Delta S_S}{T_H \Delta S_H} \quad [14]$$

Or d'après la figure 1, on a :

$$\Delta S_{conv} = \Delta S_H - \Delta S_{IH} \quad [15]$$

Et

$$\Delta S_S = (\Delta S_H + \Delta S'_I) \quad [16]$$

Donc on peut exprimer le rendement tel que :

$$\eta = \frac{T_H - T_C}{T_H} - \frac{T_H \Delta S_{IH} + T_C \Delta S'_I}{T_H \Delta S_H} \quad [17]$$

On aboutit donc à l'expression générale du rendement dans le cas irréversible tel que:

$$\eta = \eta_1 - \frac{\Delta S_{IH}}{\Delta S_H} - \frac{T_C}{T_H} \frac{\Delta S'_I}{\Delta S_H} \quad [18]$$

4. Optimisation de l'énergie mécanique produite par le cycle de Carnot irréversible adiabatique

Il est possible d'établir une relation entre les variables $\{T_H, T_C\}$ et les paramètres $\{T_{HS}, T_{CS}, \Delta S_{IH}, \Delta S'_I, G_H, G_C\}$ par une optimisation en température variable via la méthode des multiplicateurs de Lagrange. Nous aboutissons alors à des relations pour les variables températures chaude et froide du convertisseur noté $\{T_H^*, T_C^*\}$ tel que :

$$T_H^* = \frac{G_H \sqrt{T_{HS}} \sqrt{1 + \frac{\Delta S_{IH}}{G_H}} + G_C \sqrt{T_{CS}}}{G_T - \Delta S'_I} \sqrt{\frac{T_{HS}}{1 + \frac{\Delta S_{IH}}{G_H}}} \quad [19]$$

et

$$T_C^* = \frac{G_H \sqrt{T_{HS}} \sqrt{1 + \frac{\Delta S_{IH}}{G_H}} + G_C \sqrt{T_{CS}}}{G_T - \Delta S'_I} \sqrt{T_{CS}} \quad [20]$$

REMARQUE. Cette optimisation sur les variables températures au sein du convertisseur sera par la suite intégrée au calcul car ce qui suit se rapporte uniquement à l'étude du rendement maximal et du

rendement au travail utile maximal, qui sont deux cas pour lesquelles une optimisation en température de la fonction étudiée est justifiée.

4.1. Expression du rendement à l'optimum d'énergie par rapport aux températures

Il est possible d'obtenir une expression du rendement à l'optimum d'énergie (noté η^*), à partir de l'expression [18] en y intégrant les relations de températures $\{T_H^*, T_C^*\}$ établies. Nous aboutissons alors à l'expression suivante :

$$\eta^* = 1 - \frac{\sqrt{T_{CS}} \sqrt{1 + \frac{\Delta S_{IH}}{G_H}}}{\sqrt{T_{HS}}} - \frac{\left[G_H \sqrt{T_{HS}} \sqrt{1 + \frac{\Delta S_{IH}}{G_H}} + G_C \sqrt{T_{CS}} \right] \left[\sqrt{\frac{T_{HS}}{1 + \frac{\Delta S_{IH}}{G_H}}} \Delta S_{IH} + \sqrt{T_{CS}} \Delta S'_I \right]}{G_H \left(T_{HS} (G_C - \Delta S'_I) - \sqrt{\frac{T_{HS}}{1 + \frac{\Delta S_{IH}}{G_H}}} (G_C \sqrt{T_{CS}}) \right)} \quad [21]$$

L'équation du rendement à l'optimum d'énergie en fonction des températures est fonction des paramètres $\{T_{HS}, T_{CS}, \Delta S_{IH}, \Delta S'_I, G_H, G_C\}$. Toutefois, $\Delta S'_I$ est lui-même fonction des paramètres $\{\Delta S_{IC}, \Delta S_{IEx}, \Delta S_{ICo}\}$. Donc l'expression du rendement à l'optimum d'énergie par rapport aux températures est en réalité fonction des paramètres $\{T_{HS}, T_{CS}, \Delta S_{IH}, \Delta S_{IC}, \Delta S_{IEx}, \Delta S_{ICo}, G_H, G_C\}$.

5. Etude de sensibilité paramétrique pour l'évolution de la valeur maximale du rendement à l'optimum d'énergie par rapport aux températures

Dans la suite de l'étude, nous définirons le rendement maximal comme étant la valeur maximale du rendement à l'optimum d'énergie par rapport aux températures chaude et froide du convertisseur (η^*)

5.1. Définitions des paramètres adimensionnels $\alpha, \beta, \delta, \gamma$

Il s'agit ici d'étudier plus avant le comportement du rendement à l'optimum partiel de l'énergie par rapport aux variables températures, en fonction de ses paramètres $\{T_{HS}, T_{CS}, \Delta S_{IH}, \Delta S'_I, G_H, G_C\}$.

Pour ce faire, les paramètres adimensionnels $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$ sont définis. :

– Pour la température on a : $T_{HS} > T_{CS} > 0$ Kelvin. Nous définissons α , avec $0 < \alpha < 1$ tel que :

$$T_{CS} = \alpha T_{HS} \quad [22]$$

– Pour la conductance on a $G_T > 0$ J.K⁻¹. Nous définissons alors β avec $0 < \beta < 1$ tel que :

$$G_H = \beta G_T \text{ et } G_C = (1 - \beta) G_T \quad [23]$$

– Pour l'entropie : $\Delta S_I \geq \Delta S_{IH} \geq 0$ J.K⁻¹. Nous définissons γ avec $0 \leq \gamma \leq 1$ tel que :

$$\Delta S_{IH} = \gamma \Delta S_I \quad [24]$$

De plus : puisque : $\Delta S'_I = \Delta S_I - \Delta S_{IH} > 0$, alors on a :

$$\Delta S'_I = (1 - \gamma) \Delta S_I \quad [25]$$

– Enfin, G_H est la conductance thermique à la source chaude et ΔS_{IH} l'entropie produite lors de la conversion isotherme de la quantité de chaleur transférée depuis la source chaude vers le convertisseur. Puisqu'on considère que cette quantité de chaleur qui est rentrée dans le convertisseur est positive, alors on se limitera au cas : $G_H \geq \Delta S_{IH} \geq 0$

Cette étude se fera donc dans le cas où l'on a : $\beta G_T \geq \gamma \Delta S_I \geq 0$

On peut enfin définir un dernier facteur, δ , avec $0 \leq \delta \leq 1$ tel que :

$$\Delta S_I = \delta G_T \quad [26]$$

5.2. Réécriture de l'expression du rendement à l'optimum d'énergie par rapport aux températures, selon les paramètres $\alpha, \beta, \gamma, \delta$

A partir des définitions des paramètres adimensionnés établis ci-dessus, nous pouvons aboutir à une expression du rendement à l'optimum d'énergie par rapport aux températures tel que :

$$\eta^* = 1 - \sqrt{\alpha} \sqrt{1 + \frac{\gamma\delta}{\beta}} \left[1 + \frac{\gamma\delta}{\beta + \gamma\delta} \frac{\left(\frac{\sqrt{1 + \frac{\gamma\delta}{\beta}} \beta}{(1 - \beta)\sqrt{\alpha}} + 1 \right) \left(\frac{(1 - \gamma)\sqrt{1 + \frac{\gamma\delta}{\beta}} \sqrt{\alpha}}{\gamma} + 1 \right)}{1 - \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{1 + \frac{\gamma\delta}{\beta}}} - \frac{\delta(1 - \gamma)}{1 - \beta}} \right] \quad [27]$$

Cette expression adimensionnée du rendement optimisé énergétiquement en température permet de mettre en évidence que ce même rendement exprimé en fonction des paramètres $\{T_{HS}, T_{CS}, \Delta S_{IH}, \Delta S'_I, G_H, G_C\}$ peut être également exprimé en fonction des paramètres adimensionnels $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$.

5.3. Contraintes sur les paramètres adimensionnés du rendement optimisé en température

Il découle de l'expression de η^* deux contraintes distinctes sur les paramètres adimensionnés.

D'une part, la positivité du rendement étant une condition d'existence physique de ce rendement, l'expression même de η^* implique la relation liant les paramètres $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$ tel que :

$$\alpha < \left(1 + \frac{\gamma\delta}{\beta}\right) \left[1 - \frac{\delta(1 - \gamma)}{(1 - \beta)}\right]^2 \quad [28]$$

D'autre part, l'encadrement de l'expression de η^* implique la relation liant les paramètres $\{\alpha, \beta, \delta, \gamma\}$ tel que :

$$\left[\frac{1 - \beta}{\delta} \left(1 - \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{1 + \frac{\gamma\delta}{\beta}}}\right) - (1 - \gamma) \right] \text{ et } \left[\frac{1}{\sqrt{\alpha}} - \sqrt{1 + \frac{\gamma\delta}{\beta}} \right] \text{ sont de même signe} \quad [29]$$

5.4. Etude générale de l'évolution du rendement à l'optimum d'énergie en température, en fonction de β pour différents rapports de température α

5.4.1. Cas lorsque : $\delta \leq 10^{-2}$ et γ varie

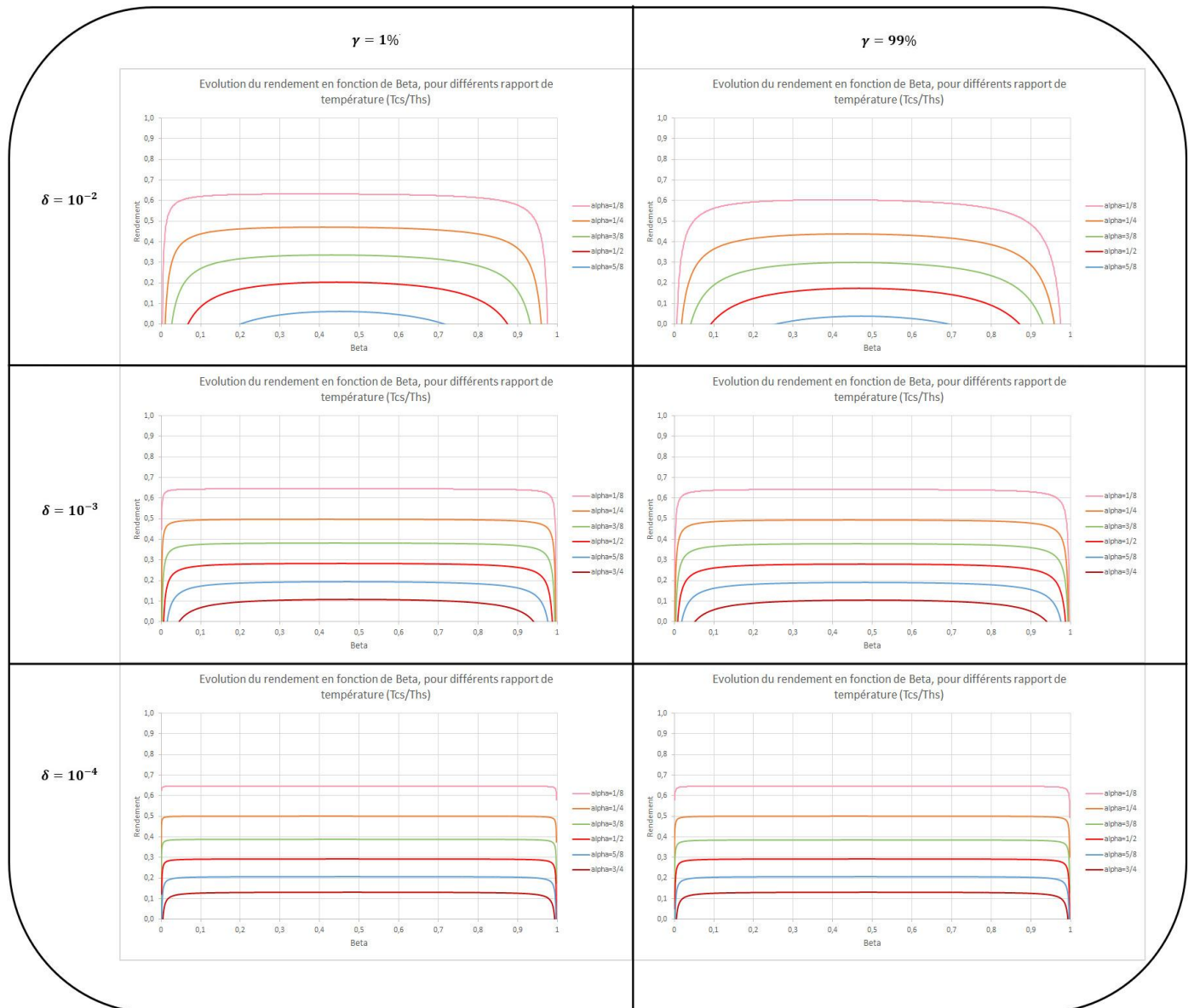


Figure 2. Evolution du rendement à l'optimum d'énergie pour les variables températures, en fonction de la valeur de β pour différentes valeurs de rapport de température de puits et source $\frac{T_{CS}}{T_{HS}}$ considérés, lorsque les valeurs de delta et gamma varient.

L'analyse graphique de l'évolution du rendement optimisé en température, lorsque $\delta \leq 10^{-2}$ et γ varie, met en évidence l'importance du paramètre α dans la détermination de la valeur maximale du rendement. Plus α est grand et plus la valeur maximale possible du rendement est grande. De plus, Nous pouvons constater l'existence d'une valeur optimale de β à laquelle correspond la valeur maximale possible du rendement. Enfin, on peut constater que lorsque $\delta \leq 10^{-2}$, le facteur γ a une influence faible sur la valeur maximale du rendement ou la valeur optimale de β .

5.4.2. Cas lorsque : $\delta \geq 0.02$

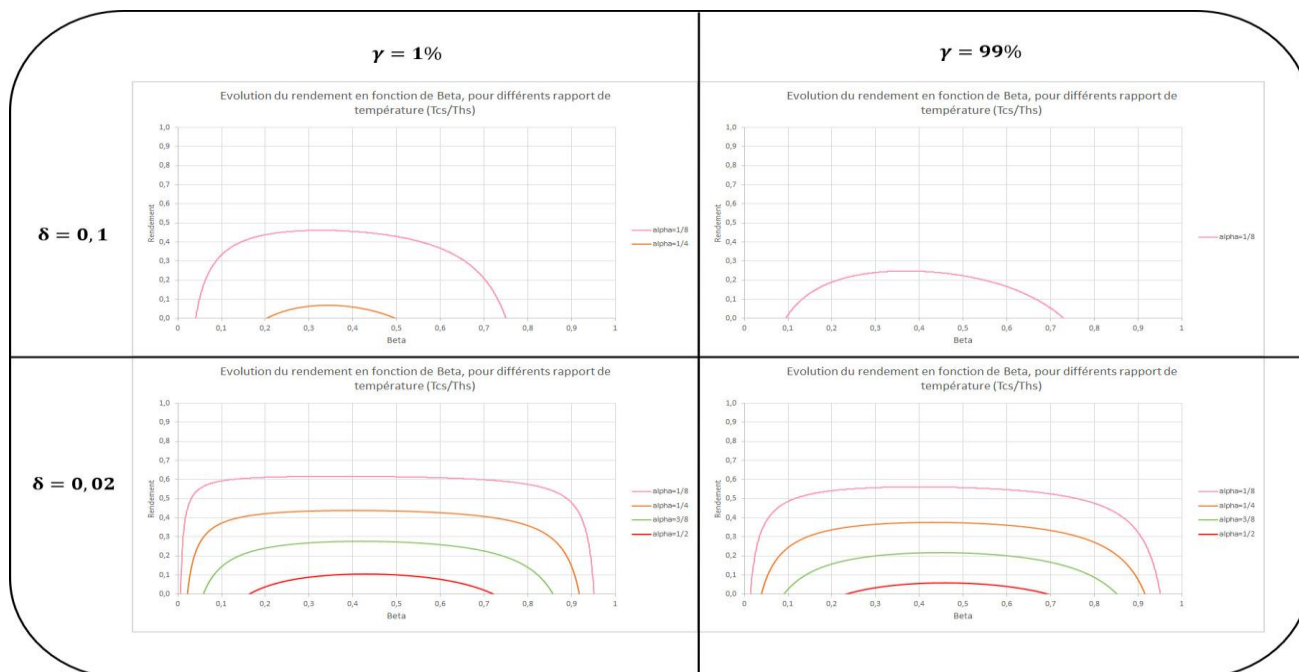


Figure 3. Evolution du rendement à l'optimum d'énergie pour les variables températures, en fonction de la valeur de β pour différentes valeurs de rapport de température $\frac{T_{CS}}{T_{HS}}$ considérés.

L'analyse comparative de ces quatre cas (figure 3) semble indiquer que lorsque : $\delta > 10^{-2}$, le coefficient α est toujours le paramètre prépondérant dans la détermination de la valeur maximale possible du rendement. Toutefois, lorsque δ devient grand, l'intervalle de valeur possible de α pour laquelle un rendement est possible se restreint de plus en plus. Ce graphique permet également de mettre en évidence que lorsque le paramètre δ devient grand, l'influence du paramètre γ devient plus importante dans la détermination de la valeur du rendement ainsi que dans la détermination de la valeur du paramètre β optimal.

REMARQUE. A noté que les figures 3a et 3b semble indiquer que dans la réalité, pour les moteurs à essence standard, on est dans le cas $\delta < 0,1$.

5.5. Evolution en fonction du paramètre δ

Le paramètre β étant associé à la répartition de la conductance totale (G_T) entre la source (G_H) et le puit (G_C). Nous définissons β^* comme étant la valeur de β associée à la valeur maximale possible du rendement à l'optimum d'énergie (η^*). tel que :

$$\beta^* = \beta(\max \eta^*) \quad [30]$$

REMARQUE. Dans la présente étude, la valeur de β^* est déterminée avec une précision absolue de $10^{-3} \pm 10^{-3}$

5.5.1. Evolution de β^*

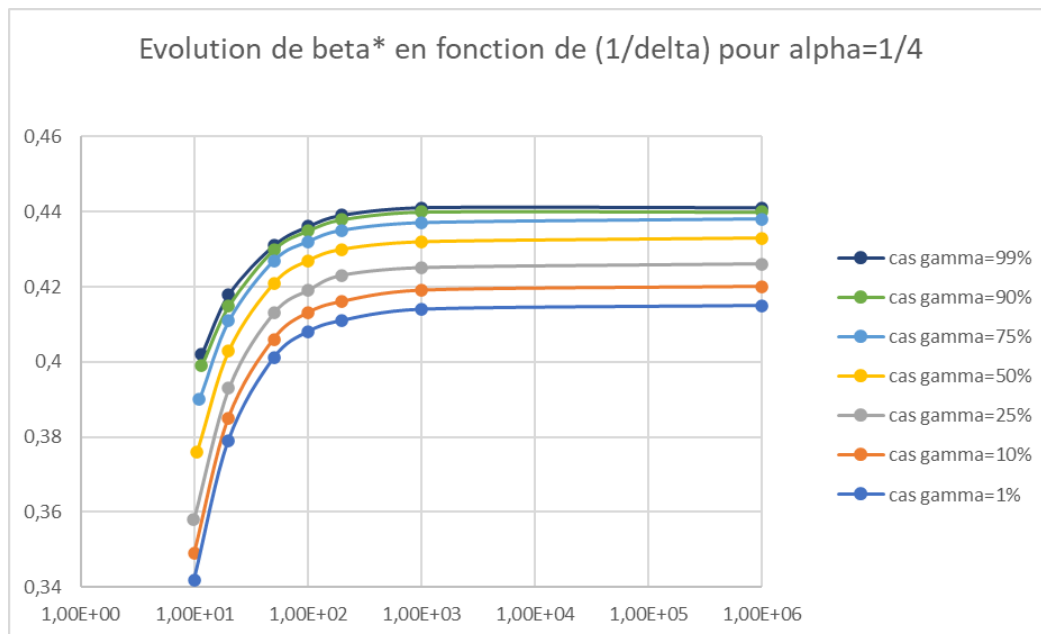


Figure 4. Evolution de β^* en fonction de la valeur de $\frac{1}{\delta}$ pour différentes valeurs de gamma considérés dans le cas $\alpha = \frac{1}{4}$

L'analyse graphique de la figure 4 met en évidence l'influence du paramètre γ dans la détermination de la valeur β^* (par rapport au paramètre δ). De plus, nous pouvons constater que pour des valeurs considérées sur les paramètres α et δ , la valeur du paramètre β^* se définit quelque soit la valeur du paramètre γ . Enfin, cette figure corrobore le constat fait précédemment avec la figure 3 selon lequel pour des valeurs considérées sur les paramètres α et γ , la plage de valeur associée au paramètre β (dans laquelle se définit β^*) ne se définit qu'à partir d'une valeur seuil associée au paramètre δ .

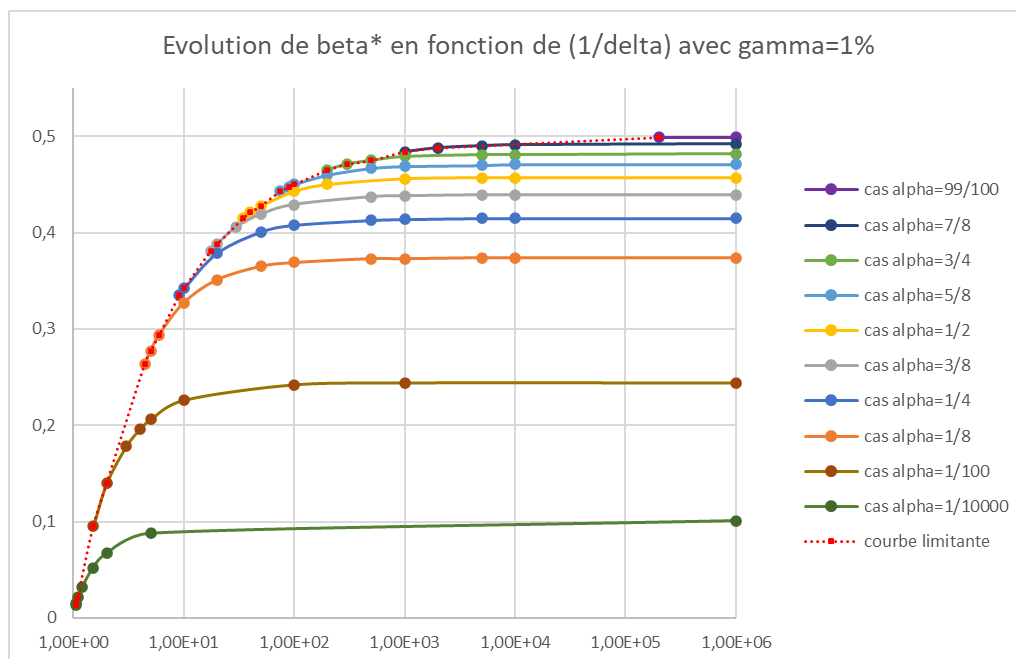


Figure 5. Evolution de β^* en fonction de la valeur de $\frac{1}{\delta}$ pour différentes valeurs de rapport de température de puit et source $\frac{T_{CS}}{T_{HS}}$ considérées (avec $\gamma = 1\%$)

L'analyse graphique de la figure 5 met en évidence l'importance du paramètre α et du paramètre δ dans la détermination de la valeur du paramètre β^* . Cette figure permet également de conclure que $\beta^* \in]0 ; \frac{1}{2}]$. De plus, on peut constater que pour un rapport de température α fixé, le paramètre β^* ne se définit pas sur tout l'ensemble $]0 ; \frac{1}{2}]$. En revanche, le paramètre β^* se définit selon δ sur tout l'ensemble $]0 ; \frac{1}{2}]$.

5.5.2. Evolution de β^{**}

Soit β^{**} défini tel que β^{**} est la valeur maximale possible de β^* associée à un rendement dans le cas d'un convertisseur définie par les paramètres adimensionnels $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$, avec α le plus grand possible pour le δ considéré (et avec γ fixé).

On note donc :

$$\beta_1^{**} = \beta^*(\min \delta(\max \alpha(\gamma = 1\%))) \quad [31]$$

$$\beta_{99}^{**} = \beta^*(\min \delta(\max \alpha(\gamma = 99\%))) \quad [32]$$

REMARQUE. β^{**} peut également être défini tel que β^{**} est la valeur minimale possible de β^* associée à un rendement dans le cas d'un convertisseur définie par les paramètres adimensionnels $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$, avec α et γ fixés.

Il est possible de représenter l'évolution de β^{**} en fonction de δ tel que présentée figure 6 ci-dessous.

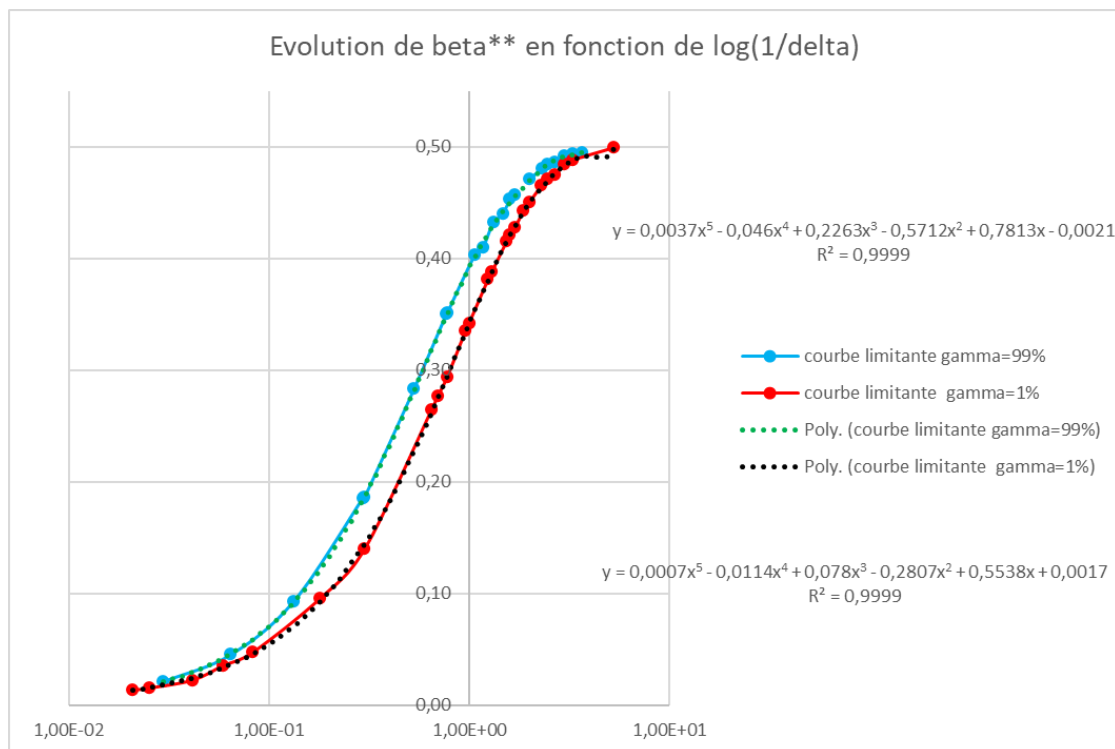


Figure 6. Evolution de β^{**} en fonction de la valeur de $\log_{10}\left(\frac{1}{\delta}\right)$

La figure 6 permet de constater que pour une valeur considérée du paramètre γ , la valeur de β^{**} évolue en fonction de la valeur de δ . La zone comprise entre la courbe β_1^{**} (cas $\gamma=1\%$) et la courbe β_{99}^{**} (cas $\gamma=99\%$) correspond à l'encadrement de la valeur de β^{**} selon le paramètre γ .

La fonction $\beta^{**} = f\left(\log_{10}\left(\frac{1}{\delta}\right)\right)$ peut être définie en première approximation tel que :

$$\beta_1^{**} = \begin{cases} 0,013; \text{ si } \log_{10} \left(\frac{1}{\delta} \right) < 2,5 \cdot 10^{-2} \\ 0,0007 \left(\log_{10} \left(\frac{1}{\delta} \right) \right)^5 - 0,0114 \left(\log_{10} \left(\frac{1}{\delta} \right) \right)^4 + 0,078 \left(\log_{10} \left(\frac{1}{\delta} \right) \right)^3 - 0,2807 \left(\log_{10} \left(\frac{1}{\delta} \right) \right)^2 + 0,5538 \log_{10} \left(\frac{1}{\delta} \right) + 0,0017; \text{ si } 2,5 \cdot 10^{-2} \leq \log_{10} \left(\frac{1}{\delta} \right) \leq 5 \\ 0,499; \text{ si } \log_{10} \left(\frac{1}{\delta} \right) > 5 \end{cases} \quad [33]$$

$$\beta_{99}^{**} = \begin{cases} 0,02; \text{ si } \log_{10} \left(\frac{1}{\delta} \right) < 2,5 \cdot 10^{-2} \\ 0,0037 \left(\log_{10} \left(\frac{1}{\delta} \right) \right)^5 - 0,046 \left(\log_{10} \left(\frac{1}{\delta} \right) \right)^4 + 0,2263 \left(\log_{10} \left(\frac{1}{\delta} \right) \right)^3 - 0,5712 \left(\log_{10} \left(\frac{1}{\delta} \right) \right)^2 + 0,7813 \log_{10} \left(\frac{1}{\delta} \right) - 0,0021; \text{ si } 2,5 \cdot 10^{-2} \leq \log_{10} \left(\frac{1}{\delta} \right) \leq 5 \\ 0,499; \text{ si } \log_{10} \left(\frac{1}{\delta} \right) > 5 \end{cases} \quad [34]$$

5.5.3. Evolution du rendement maximum en fonction de $\frac{1}{\delta}$

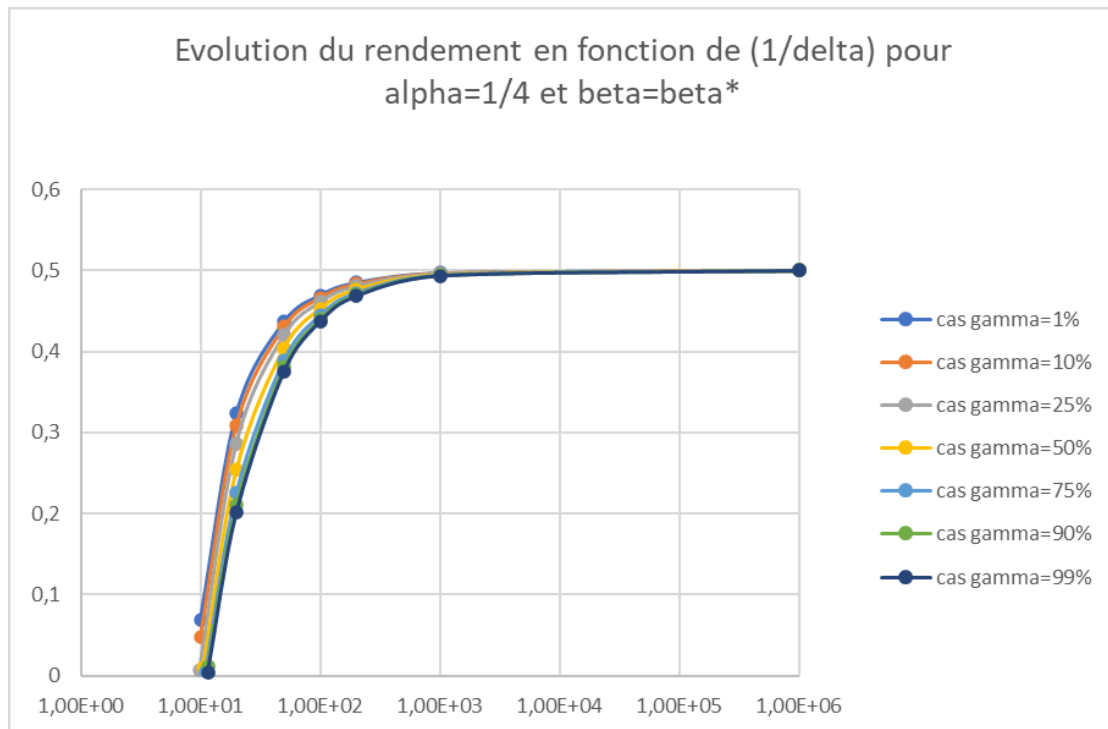


Figure 7. Evolution du rendement optimisé en énergie par rapport au températures et définie en β^* , en fonction de la valeur de $\frac{1}{\delta}$ pour différentes valeurs de gamma (avec $\alpha = \frac{1}{4}$)

L'analyse graphique de la figure 7 ci-dessus met en évidence la faible importance du paramètre γ dans la détermination du rendement défini en β^* . De plus, on peut en conclure que le rendement est plus grand lorsque γ est faible ($\gamma = 1\%$), ce qui est un résultat concordant avec l'expression générale du rendement établi précédemment (16). Enfin, cette figure permet de mettre en évidence que pour une valeur de α fixée (ici $\alpha = \frac{1}{4}$), lorsque δ devient petit (ici $\delta \leq 10^{-3}$); le paramètre β^* compense très bien l'influence du paramètre γ sur la valeur du rendement.

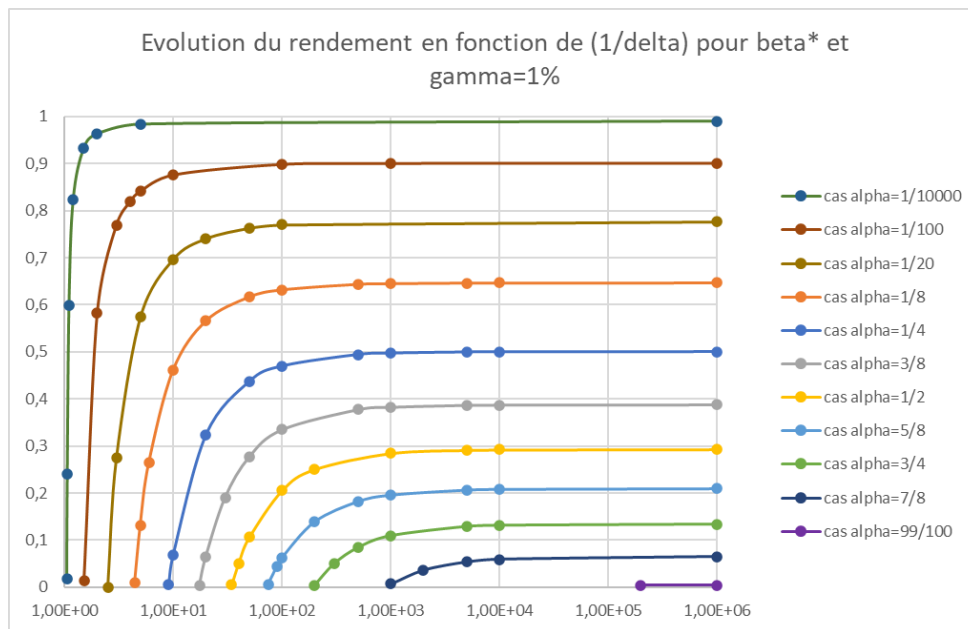


Figure 8. Evolution de l'optimum de rendement au maximum d'énergie, en fonction de la valeur de $\frac{1}{\delta}$ pour différentes valeurs du rapport de température $\frac{T_{CS}}{T_{HS}}$ considérées (définie en β^* avec $\gamma = 1\%$)

L'analyse graphique de la figure 8 met en évidence l'influence des paramètres α et δ dans la détermination du rendement, ici dans le cas où le rendement est défini en β^* avec $\gamma = 1\%$. Il apparaît que le paramètre δ est le paramètre primordial dans la détermination du rendement.

5.6. Conclusion de l'analyse de sensibilité paramétrique

L'analyse de sensibilité paramétrique permet de conclure à l'importance relative des paramètres adimensionnelles dans la détermination de la valeur du rendement optimum au maximum d'énergie tel qu'on peut les classer ainsi dans l'ordre d'importance (du plus important au moins important) : $\{\delta, \beta, \alpha, \gamma\}$

De plus, il apparaît que le paramètre adimensionnel γ est le paramètre le moins influant dans la détermination de la valeur du rendement au maximum d'énergie, et que la valeur la plus grande du rendement est atteinte lorsque la valeur de γ est la plus faible.

Enfin, Nous pouvons conclure en première approximation que le rendement maximal correspond à la valeur maximale du rendement optimisé en énergie par rapport aux températures chaude et froide du convertisseur $\{T_H^*, T_C^*\}$ définie en β^* avec $\gamma = 1\%$.

6. Etude du travail utile dans un cycle irréversible

Dans la suite de l'étude, nous définirons le travail maximal comme étant la valeur maximale du travail à l'optimum d'énergie par rapport aux températures chaude et froide du convertisseur $\{T_H^*, T_C^*\}$.

6.1. Expression du travail utile optimisé en température

Le travail utile (W) dans le cycle de Carnot irréversible est définie par l'expression [4]. Il est possible d'exprimer le travail utile à l'optimum d'énergie par rapport aux températures chaude et froide du convertisseur $\{T_H^*, T_C^*\}$ (noté W^*) tel que :

$$W^* = \frac{1}{G_H + G_C - \Delta S'_I} \left[G_H \left(T_{HS}(G_C - \Delta S'_I) - G_C \sqrt{T_{CS}} \sqrt{\frac{T_{HS}}{1 + \frac{\Delta S_{IH}}{G_H}}} \right) \left(1 - \frac{\sqrt{T_{CS}} \sqrt{1 + \frac{\Delta S_{IH}}{G_H}}}{\sqrt{T_{HS}}} \right) - \left(G_H \sqrt{T_{HS}} \sqrt{1 + \frac{\Delta S_{IH}}{G_H}} + G_C \sqrt{T_{CS}} \right) \left(\sqrt{\frac{T_{HS}}{1 + \frac{\Delta S_{IH}}{G_H}}} \Delta S_{IH} + \sqrt{T_{CS}} \Delta S'_I \right) \right] \quad [35]$$

L'expression du travail utile à l'optimum d'énergie par rapport aux températures chaude et froide du convertisseur (W^*) obtenue est fonction des paramètres $\{T_{HS}, T_{CS}, \Delta S_{IH}, \Delta S'_I, G_H, G_C\}$.

6.2. Expression du travail utile optimisé en température selon les paramètres adimensionnels $\alpha, \beta, \gamma, \delta$

Le travail utile ayant les dimensions d'une énergie (Joule), il n'est pas possible de l'exprimer uniquement grâce à des paramètres adimensionnels. Toutefois, il est possible d'exprimer le travail en intégrant les paramètres adimensionnels $\alpha, \beta, \gamma, \delta$.

Soit le paramètre ϵ ($\epsilon \in \mathbb{R}^+$), ϵ ayant les dimensions d'une énergie (Joule) tel que :

$$\epsilon = G_T T_{HS}$$

On aboutit alors à l'expression dimensionnée du travail utile en température tel que :

$$W^* = G_T T_{HS} \frac{\beta}{1 - (1 - \gamma)\delta} \left[\left(((1 - \beta) - (1 - \gamma)\delta) - \frac{(1 - \beta)\sqrt{\alpha}}{\sqrt{1 + \frac{\gamma\delta}{\beta}}} \right) \left(1 - \sqrt{\alpha} \sqrt{1 + \frac{\gamma\delta}{\beta}} \right) - \left(\beta \sqrt{1 + \frac{\gamma\delta}{\beta}} + (1 - \beta)\sqrt{\alpha} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\gamma\delta}{\beta}}} \frac{\gamma\delta}{\beta} + \sqrt{\alpha} \frac{(1 - \gamma)\delta}{\beta} \right) \right] \quad [36]$$

L'expression dimensionnée du travail utile à l'optimum d'énergie par rapport aux températures (W^*) obtenue est alors fonction des paramètres $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon\}$.

6.3. Etude théorique des contraintes sur les paramètres adimensionnés du travail utile optimisé en température réduite

Nous pouvons déduire de l'expression de W^* l'existence d'une contrainte sur les paramètres adimensionnés. En effet, l'existence d'un travail impose une condition d'existence physique sur cette expression (la division par zéro étant impossible) contraignant les paramètres tel que: $\beta > 0$.

7. Etude de sensibilité paramétrique du travail utile optimisé en température

Afin d'étudier le travail utile optimisé en température, l'expression du travail utile sera considérée comme le produit entre ϵ et une fonction adimensionnelle appelée travail adimensionnel w_1 tel que:

$$W_1 = \frac{W^*}{\epsilon} \quad [37]$$

7.1. Etude générale de l'évolution du travail adimensionné W_1 en fonction de β pour différents rapports de température α considérés

7.1.1. Cas lorsque : $\delta \leq 10^{-2}$ et γ varie

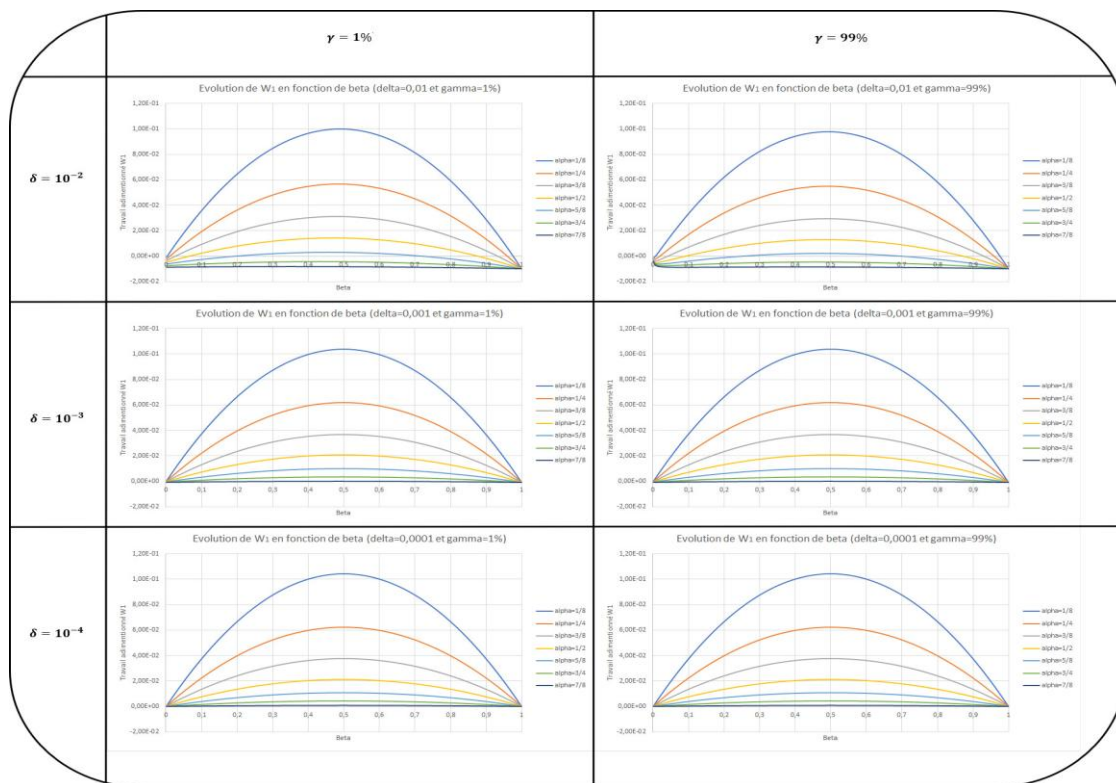


Figure 9. Evolution du travail adimensionné W_1 , en fonction de la valeur de β pour différentes valeurs du rapport de température $\frac{T_{CS}}{T_{HS}}$ considérés, lorsque les valeurs de delta et gamma varient.

L'analyse graphique de l'évolution du travail adimensionné W_1 , lorsque $\delta \leq 10^{-2}$ et γ varie, met en évidence l'importance du paramètre α dans la détermination de la valeur maximale de W_1 . Plus α est grand et plus la valeur maximale possible de W_1 est grande. De plus, on peut constater l'existence d'une valeur optimale de β voisine de 0.50 à laquelle correspond la valeur maximale possible de W_1 . Enfin, on peut constater que lorsque $\delta \leq 10^{-2}$, le facteur γ a une influence faible sur la valeur maximale de W_1 ou la valeur optimale de β .

7.1.2. Cas lorsque : $\delta \geq 0.02$

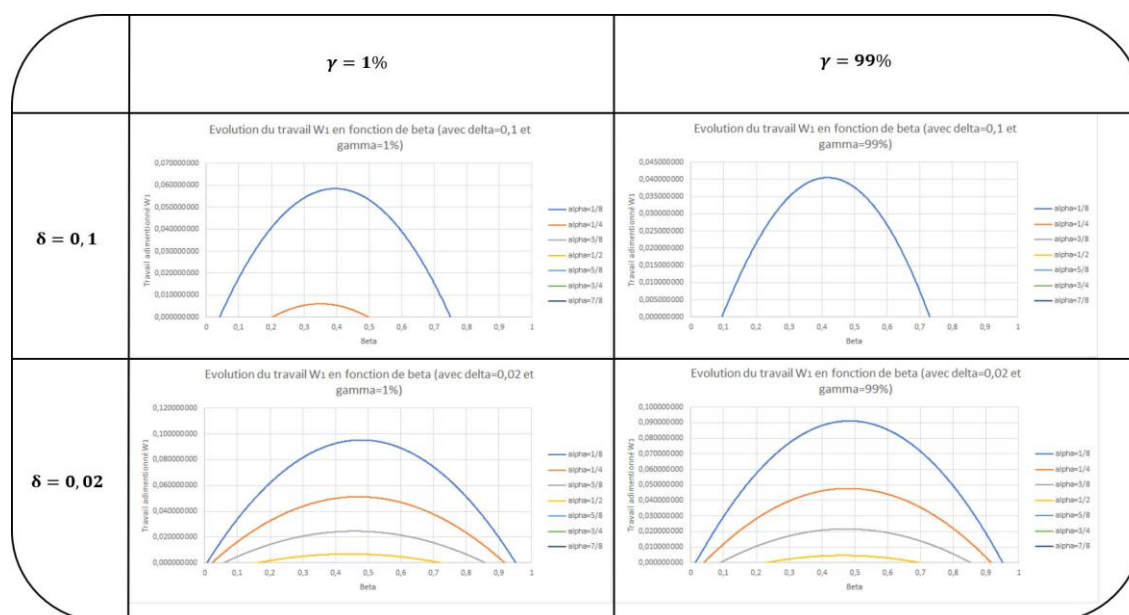


Figure 10. Evolution du travail adimensionné W_1 , en fonction de la valeur de β pour différentes valeurs de rapport de température $\frac{T_{CS}}{T_{HS}}$.

L'analyse comparative de ces quatre cas (figure 10) semble indiquer que lorsque : $\delta > 10^{-2}$, le coefficient α est toujours le paramètre prépondérant dans la détermination de la valeur maximale possible de W_1 . Toutefois, lorsque δ devient grand, l'intervalle de valeur possible de α pour laquelle une valeur positive de W_1 est possible se restreint de plus en plus. Ce graphique permet également de mettre en évidence que lorsque δ devient grand, l'influence du paramètre γ devient plus importante dans la détermination de la valeur de W_1 ainsi que dans la détermination de la valeur du β optimal.

7.2. Evolution en fonction du paramètre δ

Soit β° tel que :

$$\beta^\circ = \beta(\max W_1) \quad [38]$$

REMARQUE. Dans la présente étude, la valeur de β° est déterminée avec une précision absolue de $10^{-3} \pm 10^{-3}$

7.2.1. Evolution de β°

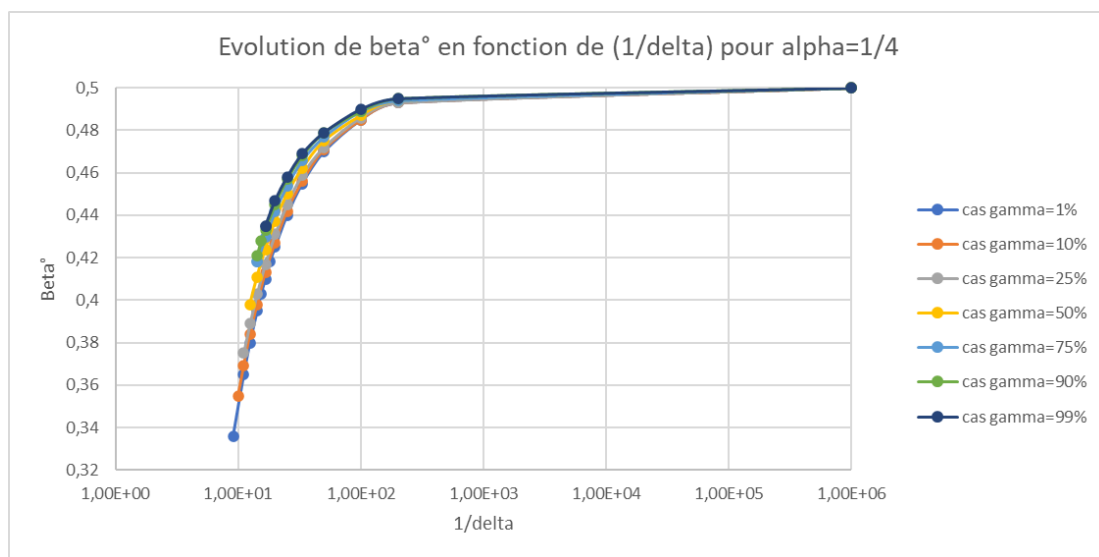


Figure 11. Evolution de β° en fonction de la valeur de $\frac{1}{\delta}$ pour différentes valeurs de gamma considérées dans le cas $\alpha = \frac{1}{4}$

L'analyse graphique de la figure 11 met en évidence la faible importance du paramètre γ dans la détermination de la valeur β° (par rapport au paramètre δ). De plus, nous pouvons constater que pour des valeurs considérées sur les paramètres α et δ , la valeur du paramètre β° se définit quelque soit la valeur du paramètre γ . Enfin, cette figure corrobore le constat fait précédemment avec la figure 10 selon lequel pour des valeurs considérées sur les paramètres α et γ , la plage de valeur associée au paramètre β (dans laquelle se définit notre β°) ne se définit qu'à partir d'une valeur seuil associée au paramètre δ .

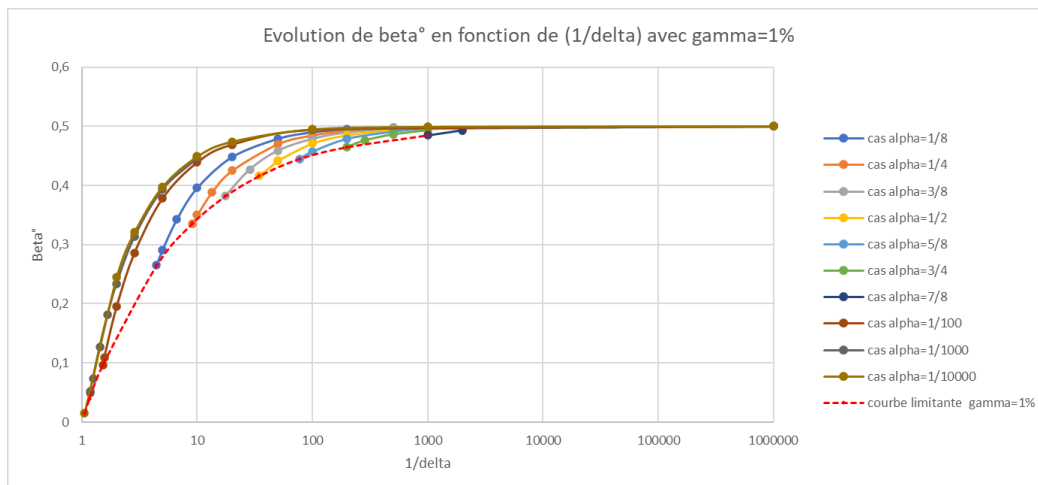


Figure 12. Evolution de β° en fonction de la valeur de $\frac{1}{\delta}$ pour différents rapport de température $\frac{T_{CS}}{T_{HS}}$ (avec $\gamma = 1\%$)

L'analyse graphique de la figure 12 met en évidence l'importance du paramètre α et du paramètre δ dans la détermination de la valeur du paramètre β° . Cette figure permet également de conclure que $\beta^\circ \in]0 ; \frac{1}{2}]$. De plus, on peut constater que pour un rapport de température α fixé, le paramètre β° ne se définit pas sur tout l'ensemble $]0 ; \frac{1}{2}]$. Il existe un seuil inférieur. En revanche, le paramètre β° se définit selon δ sur tout l'ensemble $]0 ; \frac{1}{2}]$.

7.2.2. Evolution de $\beta^{\circ\circ}$

Soit $\beta^{\circ\circ}$ défini tel que $\beta^{\circ\circ}$ est la valeur maximale possible de β° associé à une valeur du travail adimensionné W_1 dans le cas d'un convertisseur défini par les paramètres adimensionnels $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$, avec α le plus grand possible pour le δ considéré (et avec γ fixé).

On note donc :

$$\beta_1^{\circ\circ} = \beta^\circ(\min \delta(\max \alpha(\gamma = 1\%))) \quad [39]$$

$$\beta_{99}^{\circ\circ} = \beta^\circ(\min \delta(\max \alpha(\gamma = 99\%))) \quad [40]$$

1

Il est possible de représenter l'évolution de $\beta^{\circ\circ}$ en fonction de δ tel que présenté ci-dessous.

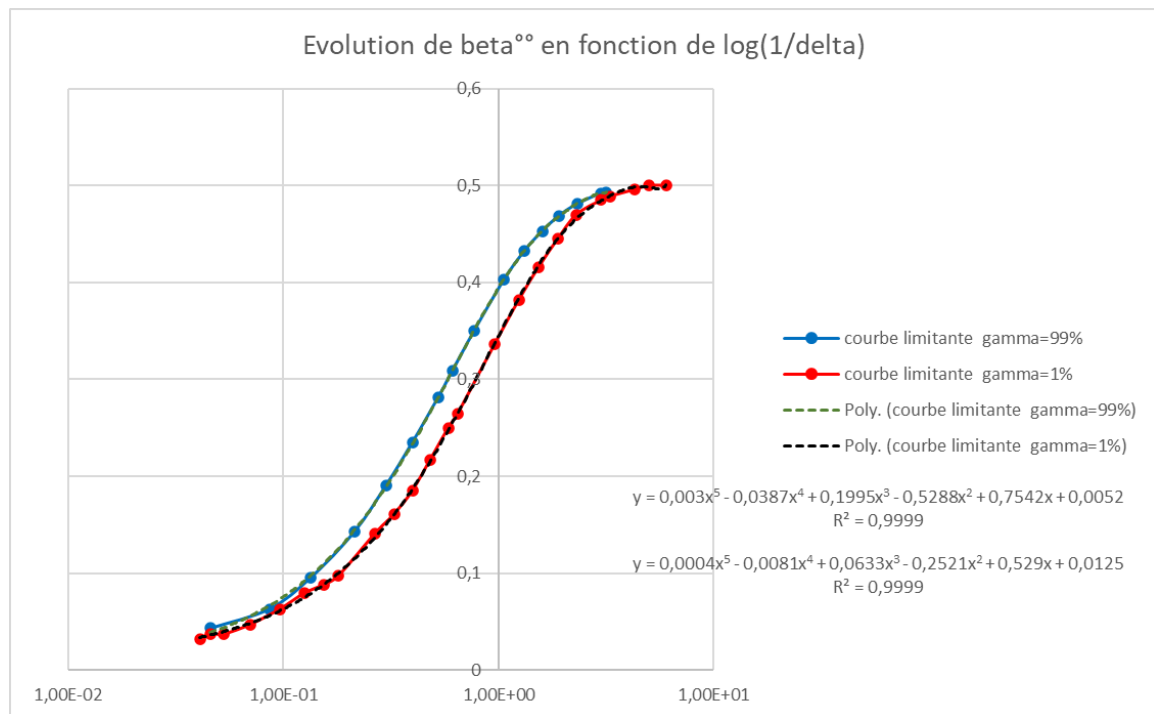


Figure 13. Evolution de $\beta^{\circ\circ}$ en fonction de la valeur de $\log_{10}\left(\frac{1}{\delta}\right)$

La figure 13 permet de constater que pour une valeur considéré du le paramètre γ , la valeur de $\beta^{\circ\circ}$ évolue en fonction de la valeur de δ . La zone comprise entre la courbe $\beta_1^{\circ\circ}$ (cas $\gamma=1\%$) et la courbe $\beta_{99}^{\circ\circ}$ (cas $\gamma=99\%$) correspond à l'encadrement de la valeur de $\beta^{\circ\circ}$ selon le paramètre γ .

La fonction $\beta^{\circ\circ} = f\left(\log_{10}\left(\frac{1}{\delta}\right)\right)$ peut donc être définie en première approximation tel que :

$$\beta_1^{\circ\circ} = \begin{cases} 0,032; & \text{si } \log_{10}\left(\frac{1}{\delta}\right) < 5 \cdot 10^{-2} \\ 0,0004 \left(\log_{10}\left(\frac{1}{\delta}\right)\right)^5 - 0,0081 \left(\log_{10}\left(\frac{1}{\delta}\right)\right)^4 + 0,0633 \left(\log_{10}\left(\frac{1}{\delta}\right)\right)^3 - 0,2521 \left(\log_{10}\left(\frac{1}{\delta}\right)\right)^2 + 0,529 \log_{10}\left(\frac{1}{\delta}\right) + 0,0125; & \text{si } 2,5 \cdot 10^{-2} \leq \log_{10}\left(\frac{1}{\delta}\right) \leq 5 \\ 0,5; & \text{si } \log_{10}\left(\frac{1}{\delta}\right) > 5 \end{cases} \quad [41]$$

$$\beta_{99}^{\circ\circ} = \begin{cases} 0,043; & \text{si } \log_{10}\left(\frac{1}{\delta}\right) < 5 \cdot 10^{-2} \\ 0,003 \left(\log_{10}\left(\frac{1}{\delta}\right)\right)^5 - 0,0387 \left(\log_{10}\left(\frac{1}{\delta}\right)\right)^4 + 0,1995 \left(\log_{10}\left(\frac{1}{\delta}\right)\right)^3 - 0,5288 \left(\log_{10}\left(\frac{1}{\delta}\right)\right)^2 + 0,7542 \log_{10}\left(\frac{1}{\delta}\right) + 0,0052; & \text{si } 2,5 \cdot 10^{-2} \leq \log_{10}\left(\frac{1}{\delta}\right) \leq 5 \\ 0,493; & \text{si } \log_{10}\left(\frac{1}{\delta}\right) > 3 \end{cases} \quad [42]$$

REMARQUE. La valeur prise par β° étant une valeur définie en fonction de la valeur de δ considéré, pour laquelle on a la plus grande valeur de α possible. Les deux courbes associées à $\beta_1^{\circ\circ}$ et $\beta_{99}^{\circ\circ}$ correspondent donc à un encadrement de l'évolution de cette valeur de β° en fonction de la valeur prise par le paramètre γ .

7.2.3. Evolution de du travail adimensionné W_1 en fonction de $\frac{1}{\delta}$

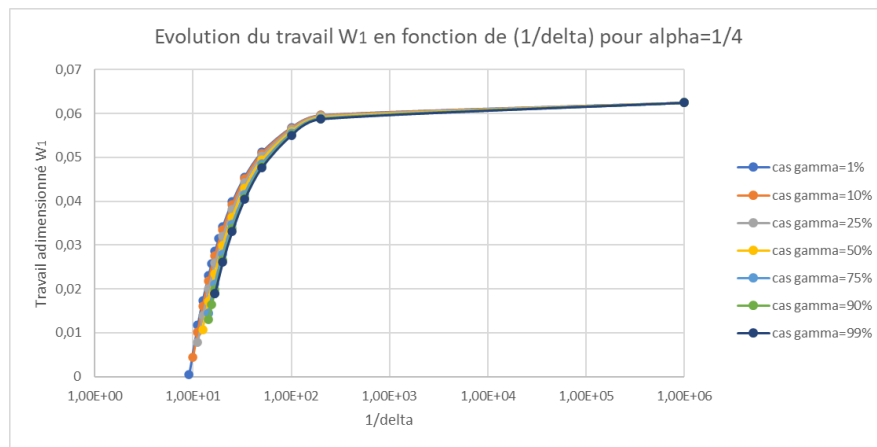


Figure 14. Evolution du travail adimensionné W_1 , en fonction de la valeur de $\frac{1}{\delta}$ pour différentes valeurs de gamma (définie en β° avec $\alpha = \frac{1}{4}$)

L'analyse graphique de la figure 14 ci-dessus met en évidence la faible importance du paramètre γ dans la détermination du travail adimensionné W_1 définie en β° . De plus, on peut en conclure que W_1 est optimal lorsque γ est faible ($\gamma = 1\%$). Enfin, cette figure permet de mettre en évidence que pour une valeur de α fixée (ici $\alpha = \frac{1}{4}$), lorsque δ devient petit (ici $\delta \leq 10^{-3}$) ; le paramètre β° compense très bien l'influence du paramètre γ sur la valeur du travail adimensionné W_1 .

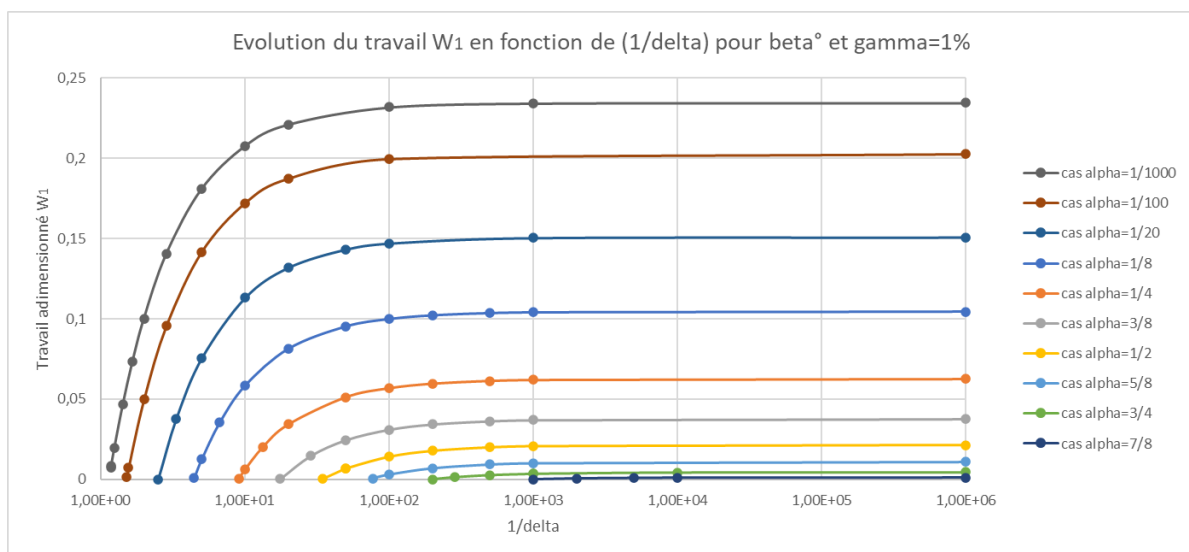


Figure 15. Evolution du travail adimensionné W_1 maximum, en fonction de la valeur de $\frac{1}{\delta}$ pour différentes valeurs de alpha (définie en β° avec $\gamma = 1\%$)

L'analyse graphique de la figure 15 ci-dessus met en évidence l'importance primordiale du paramètre δ dans la détermination du maximum de travail adimensionné W_1 , lorsque celui-ci est défini en β° avec $\gamma = 1\%$. On peut constater que pour un rapport de température $\frac{T_{CS}}{T_{HS}}$ considéré, la valeur du travail adimensionné W_1 est la plus grande lorsque δ devient petit.

7.3. Evolution du rendement au maximum de travail utile en fonction de $\frac{1}{\delta}$

7.3.1. Cas lorsque ε est constant

Si ε est constant, alors le maximum de travail utile est atteint lorsque le travail adimensionné W_1 atteint sa valeur maximale (c'est-à-dire en β° avec $\gamma = 1\%$)

Or, le travail adimensionné W_1 est défini par les paramètres adimensionnels $\alpha, \beta, \delta, \gamma$, donc il est possible de calculer le rendement associé à ce maximum de travail utile à partir de l'expression du rendement à l'optimum d'énergie par rapport aux température chaude et froide du convertisseur (η^*) établi précédemment [27]. On aboutit alors aux graphiques suivants :

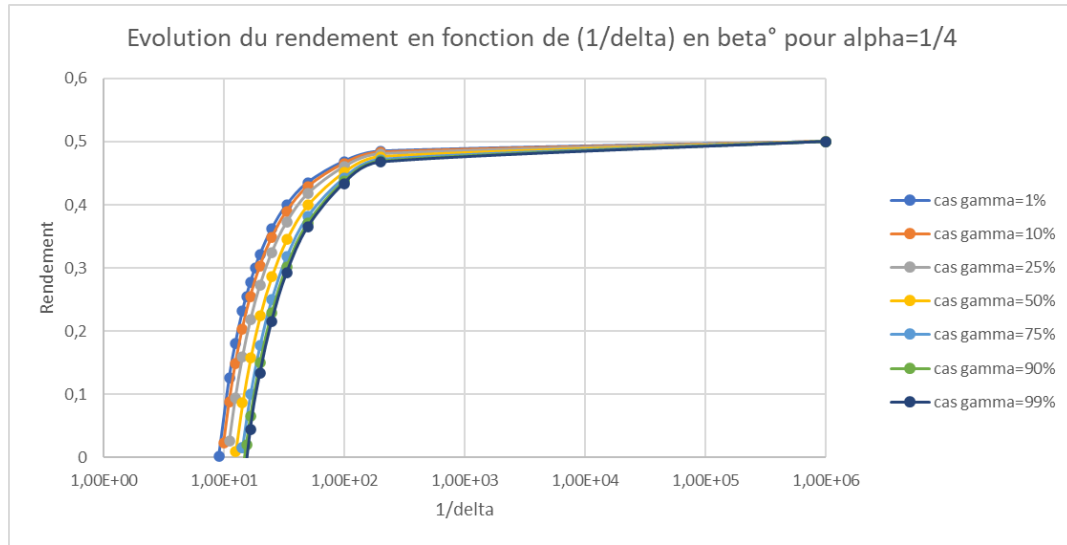


Figure 16. Evolution du rendement au maximum de travail utile, en fonction de la valeur de $\frac{1}{\delta}$ pour différentes valeurs du paramètre γ (définie en β° avec $\alpha = \frac{1}{4}$)

L'analyse graphique de la figure 16 ci-dessus met en évidence la faible importance du paramètre γ dans la détermination du rendement au maximum de travail utile définie en β° . De plus, on peut en conclure que ce rendement est le plus grand lorsque γ est faible ($\gamma = 1\%$), ce qui est un résultat concordant avec l'expression générale du rendement établie précédemment [17]. Enfin, cette figure permet de mettre en évidence que pour une valeur de α fixée (ici $\alpha = \frac{1}{4}$), lorsque δ devient petit (ici $\delta \leq 10^{-3}$) ; le paramètre β° compense très bien l'influence du paramètre γ sur la valeur du rendement.

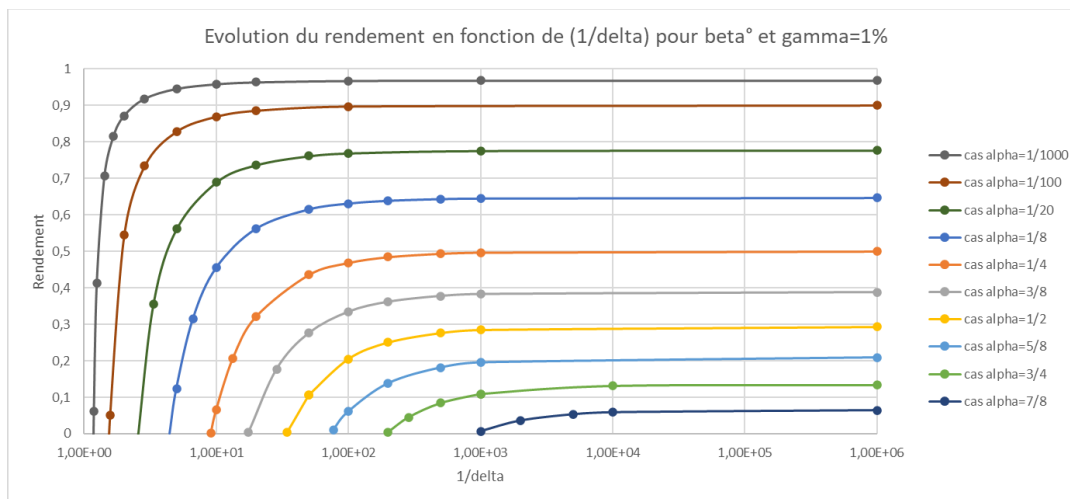


Figure 17. Evolution du rendement au maximum de travail utile, en fonction de la valeur de $\frac{1}{\delta}$ pour différentes valeurs du rapport de température $\frac{T_{CS}}{T_{HS}}$ (définie en β° et avec $\gamma = 1\%$)

7.3.2. Cas lorsque ε varie en fonction d'un ou plusieurs paramètres

Lorsque ε varie en fonction d'une variable quelconque noté z (peut être le temps ou tout autre variable choisi arbitrairement), alors le maximum de travail utile n'est alors pas forcément atteint lorsque le travail adimensionné W_1 est définie en β° , mais il est alors atteint pour une valeur de β (noté β') tel que la tangente de W_1 en β' est égale à la valeur de la dérivée de ε en β' , mais de signe opposé. En effet,

ε étant égale au produit de la conductance totale par la température de la source chaude, il est toujours possible d'exprimer ε en fonction du paramètre β . On peut donc toujours définir β' tel que:

$$\tan W_1(\beta') = -\frac{\partial G_T T_{HS}}{\partial z}(\beta') \quad [43]$$

7.4. Conclusion de l'analyse de sensibilité paramétrique du rendement au maximum de travail utile

L'analyse paramétrique permet de conclure à l'importance relative des paramètres adimensionnels dans la détermination de la valeur du rendement au maximum de travail utile tel qu'on peut les classer ainsi dans l'ordre d'importance (du plus important au moins important) : $\{\delta, \beta, \alpha, \gamma\}$.

De plus, il apparaît que le paramètre adimensionnel γ est le paramètre le moins influent dans la détermination de la valeur du rendement au maximum de travail, et que la valeur optimale du rendement est atteinte lorsque la valeur γ est faible.

Enfin, Dans le cas où le paramètre ε est constant, nous pouvons conclure en première approximation que le maximum de travail utile correspond à la valeur maximale du travail à l'optimum en énergie par rapport aux températures chaude et froide du convertisseur $\{T_H^*, T_C^*\}$ définie en β° avec $\gamma = 1\%$. Nous pouvons également conclure en première approximation que le rendement au maximum de travail utile correspond au rendement à l'optimum d'énergie par rapport aux températures chaude et froide du convertisseur (η^*) définie en β° avec $\gamma = 1\%$.

8. Conclusion de l'analyse comparée du rendement maximum et du rendement au maximum de travail utile

L'analyse paramétrique permet de conclure à l'importance primordiale du paramètre δ dans la détermination de l'existence d'un rendement.

Cette analyse a également confirmé l'importance du paramètre α associée au rapport de température dans la détermination de la valeur maximale du rendement.

De plus, le paramètre adimensionnel β est le paramètre déterminant dans la variation du rendement entre la valeur du rendement maximum et celle du rendement au maximum de travail utile

Enfin, le paramètre adimensionnel γ est le paramètre le moins influant dans la détermination de la valeur du rendement maximum et à fortiori dans la détermination du rendement au maximum de travail utile. Dans les deux cas, la valeur optimale du rendement est atteinte lorsque sa valeur est faible.

REMARQUE. A noter que les définitions de β^{**} et de $\beta^{\circ\circ}$ sont fondamentalement les mêmes, l'écart observable entre les deux courbes est uniquement imputable à la précision des valeurs sur les paramètres adimensionnels associées aux points β^* et β° choisis pour construire les courbes.

9. Exemple d'étude comparative du rendement maximum et du rendement au maximum de travail utile dans le cas $\alpha=1/4$

Afin de pouvoir comparer le rendement maximum et le rendement au maximum de travail utile, cette étude se fait dans l'hypothèse où $G_T T_{HS}$ est constant.

Dans le cas d'un rapport de température $\frac{T_{CS}}{T_{HS}} = \frac{1}{4}$, la reprise des éléments d'analyse présentés précédemment conduit à représenter l'encadrement de l'évolution de β dans en fonction de δ et de γ ainsi :

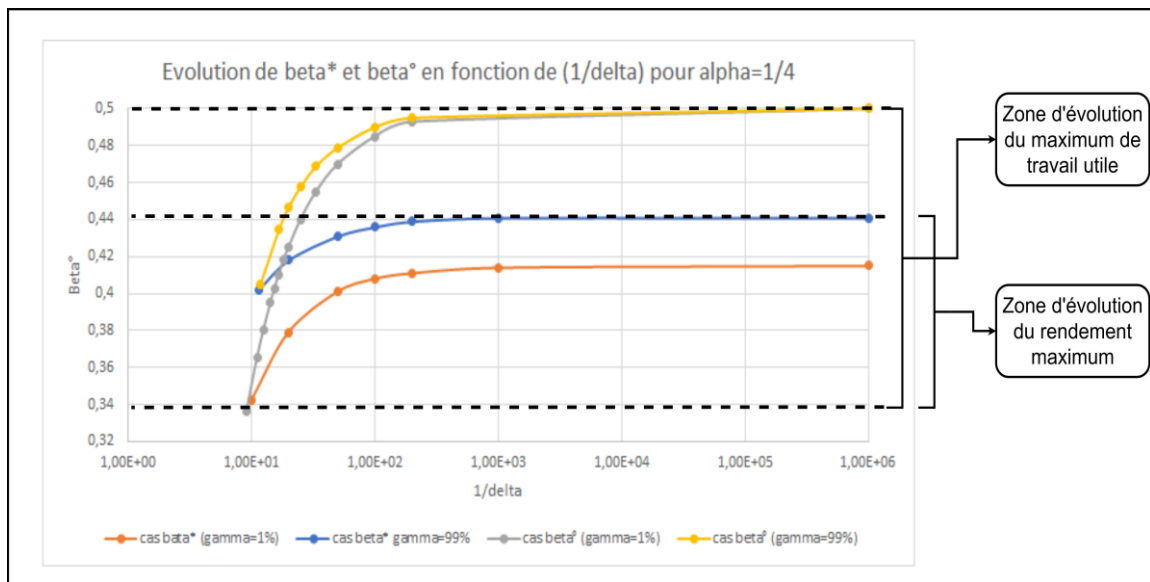


Figure 18. Evolution du beta optimal, en fonction de la valeur de $\frac{1}{\delta}$ dans le cas d'un rendement maximal et dans le cas d'un rendement au maximum de travail utile (avec $\frac{T_{CS}}{T_{HS}} = \frac{1}{4}$).

De plus, il est possible de représenter l'évolution du travail et du rendement dans le cas d'un cycle de Carnot moteur irréversible.

Soit A et B les rapports adimensionnels tel que :

$$A = \frac{\eta^*(Max W^*)}{Max(\eta^*)} = \frac{\eta^*(\beta^\circ)}{\eta^*(\beta^*)} \quad [44]$$

$$B = \frac{W^*(\eta^*(Max))}{Max W^*} = \frac{W^*(\beta^*)}{W^*(\beta^\circ)} = \frac{W_1(\beta^*)}{W_1(\beta^\circ)} \quad [45]$$

Il est alors possible de représenter l'évolution de ces deux rapports en fonction de δ et de γ ainsi :

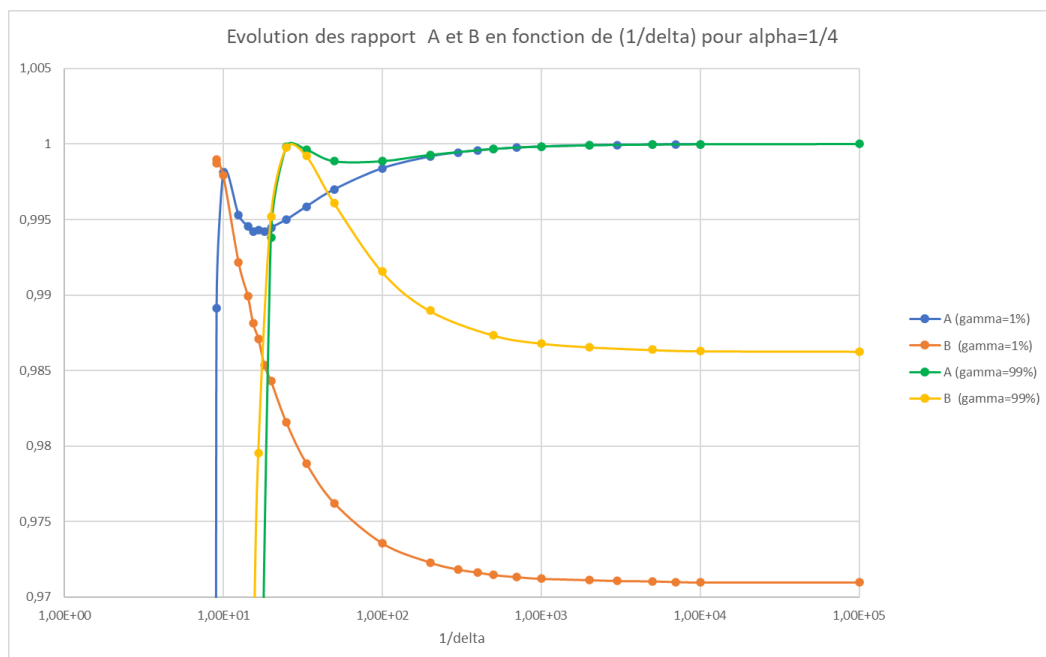


Figure 19. Evolution des rapports A et B , en fonction de la valeur de $\frac{1}{\delta}$, pour $\frac{T_{CS}}{T_{HS}} = \frac{1}{4}$

Ce graphique permet de synthétiser l'évolution des rapports entre le rendement maximal et le rendement au travail utile maximale, ainsi que le rapport entre le travail utile maximale et le travail utile

au rendement maximal, en fonction de la valeur sur les paramètres δ et γ , ici dans le cas d'un rapport de température $\frac{T_{CS}}{T_{HS}} = \frac{1}{4}$.

REMARQUE. Pour réaliser la figure 19, la valeur de β a été approximée avec une précision absolue de $10^{-4} \pm 10^{-4}$

10. Conclusion-Discussion

Cette étude et ces résultats permettent d'établir une expression du rendement au maximum de puissance utile, dans le cas d'un cycle de Carnot irréversible, ainsi que d'étudier l'influence des différents facteurs sur l'évolution du rendement du convertisseur, ou système.

La méthode de résolution présentée est transposable pour l'ensemble des cycles thermodynamique moteur ou récepteur, à combustion interne ou externe.

Il est possible d'étendre l'étude au cas d'un cycle de Carnot moteur non adiabatique.

Des prolongements à cette étude sont actuellement envisagés par chacun des auteurs, cependant, la reprise de cette méthode de résolution pour chacun des autres cycles moteurs ou récepteurs, à combustion interne ou externe, n'est pas présentement envisagée. Les auteurs encouragent donc tout lecteur souhaitant transposer la méthode présentée dans cette étude à d'autres cycles afin d'en établir les expressions du rendement dans le cas irréversible.

Bibliographie

- [CAR 24] Carnot S., *Réflexions sur la puissance motrice du feu*, Bachelier, Paris, 1824.
- [CUR 75] Curzon F.L., Ahlborn B., « Efficiency of a Carnot engine at maximum power output », *American Journal of Physics*, n° 43, p. 22–24, 1975.
- [ESP 10] Esposito M., Kawai R., Lindenberg K., Van Den Broeck C., « Efficiency at maximum power of low-dissipation Carnot engines », *Physical Review Letters*, n° 105, 150603, 2010.
- [FEI 17a] Feidt M., « The History and Perspectives of Efficiency at Maximum Power of the Carnot Engine », *Entropy*, n° 19, p. 369, 2017.
- [FEI 17b] Feidt M., *Finite Physical Dimensions Optimal Thermodynamics Fundamentals*, ISTE Editions, Londres, 2017.
- [FEI 19] Feidt M., Costea M., « Progress in Carnot and Chambadal Modeling of Thermomechanical Engines by Considering Entropy Production and Heat Transfer Entropy », *Entropy*, n° 21, 1232, 2019.
- [FEI 20] Feidt M., « Carnot Cycle and Heat Engine Fundamentals and Applications », *Entropy*, n° 22, 348, 2020.
- [FEI 21] Feidt M., Feidt R., « Endo-irreversible thermo-mechanical Carnot engine with new concept of entropy production action coefficient », *European Physical Journal Applied Physics*, n° 94, 30901, 2021.
- [FEI 22] Feidt M., Costea M., « A New Step in the Optimization of the Chambadal Model of the Carnot Engine », *Entropy*, n° 24, 84, 2022.
- [GUO 13] Guo J., Wang J., Wang Y., Chen J., « Universal efficiency bounds of weak-dissipative thermodynamic cycles at the maximum power output », *Physical Review E*, n° 87, 012133, 2013.
- [MOR 12] Guo J., Wang J., Wang Y., Chen J., « Universal efficiency bounds of weak-dissipative thermodynamic cycles at the maximum power output », *Physical Review E*, n° 87, 012133, 2013.
- [NAR 18] Narducci D., « Efficiency at maximum power of dissipative thermoelectric generators: A finite-time thermodynamic analysis », *Journal of Materials Engineering and Performance*, n° 27(12), p. 6274–6278, 2018.

[NOV 57] Novikov I.I., « Efficiency of an atomic power generating installation », *Atomic Energy*, n° 3, p. 1269–1272, 1957.

[NOV 58] Novikov I.I., « The efficiency of atomic power stations », *Journal of Nuclear Energy*, n° 7, p. 125-128, 1958.

[VAN 05] Van Den Broeck C., « Thermodynamic efficiency at maximum power », *Physical Review Letters*, n° 95, 190602, 2005.