

# La conduction de la chaleur : Aspects historiques

## Heat Conduction: Historical aspects

André Bontemps<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire Interdisciplinaire des Énergies de Demain, Université Paris Cité, Paris, France. abontemps2010@hotmail.fr

**RÉSUMÉ.** Dans cet article, après avoir rappelé la définition actuelle du terme « chaleur » on résume son évolution en se focalisant sur le mode de la conduction thermique. La notion de chaleur a été discutée dès l'antiquité que ce soit en Orient ou en Occident. D'abord basée sur les sensations de chaud et de froid la notion de chaleur a longtemps été confondue avec celle de température. Deux types de théories se sont développées parallèlement, les théories substantialistes et les théories mécanistes. Nous suivons la progression de ces deux types de théories depuis l'antiquité pour arriver aux théories actuelles. A l'origine étaient les catégorisations aristotéliciennes, puis on cite la théorie du phlogistique, celles du calorique et de l'éther pour lesquelles la chaleur est une substance mais on montre que dès l'antiquité le mouvement des corpuscules matériels a été également associé à la chaleur. Néanmoins, de nombreux chercheurs de la fin du 18<sup>ème</sup> siècle et du début du 19<sup>ème</sup> n'ont pas voulu prendre partie, comme Fourier, qui a formalisé la conduction dans son travail de pionnier et qui reste la référence. L'interprétation corpusculaire est désormais reconnue et a suivi l'évolution du reste de la physique avec l'apparition de la mécanique quantique. La conduction thermique a été ainsi associée aux interactions entre les particules ainsi qu'aux vibrations atomiques dans les solides. Dans ce contexte, l'introduction de la quasi-particule phonon a permis une grande partie des développements actuels.

**ABSTRACT.** In this article, after reminding the present definition of the term « heat », its evolution is summarized with focusing on the mode of heat conduction. The notion of heat has been discussed from antiquity either in East or West. First based on a sensation of hot or cold, the notion of heat for a long time has been confused with that of temperature. Two types of theories have been simultaneously developed, substantialist theories and mechanistic theories. The progression of these two types of theories has been reported from antiquity to present times. At the beginning was the Aristotelian categorization, then the phlogiston theory and, after the theories of caloric and ether for which heat is a substance but, it is shown that as soon as antic times the motion of matter corpuscles also has been associated to heat. Nevertheless, many researchers at the end of the 18<sup>th</sup> century and the beginning of 19<sup>th</sup> did not want to take sides, as did Fourier, who has formalized heat conduction in his pioneering work and who is the reference. The corpuscular interpretation is by now accepted and has followed the physics evolution especially with the quantum mechanics. So, heat conduction is associated with particle interactions and with atomic vibrations in solids. In this context, the use of the phonon quasi-particle has contributed to a large part to the present developments.

**MOTS-CLÉS.** Chaleur, transfert thermique, conduction thermique, histoire des sciences.

**KEYWORDS.** Heat, heat transfer, heat conduction, history of sciences.

### 1. Introduction

Il existe de nombreux ouvrages ou articles traitant de la chaleur. Ils l'envisagent dans un contexte de connaissances correspondant à leur époque même lorsqu'ils sont en rupture avec les théories en vigueur. L'objet de cet article n'est pas de se substituer aux différents traités antérieurs mais de donner un bref aperçu de l'histoire de l'énergie thermique et de la chaleur en se concentrant sur le phénomène de conduction thermique. Ainsi tous les auteurs ne seront pas cités, on se limitera à ceux que l'on considère les plus importants, en particulier dans les développements récents qui ont donné lieu à pléthore de publications et communications. Néanmoins, plusieurs références d'articles de revue seront données pour compenser ce choix, limitant ainsi le nombre total de références. Je rappellerai quelques définitions au fur et à mesure du développement du contexte historique. Ces définitions peuvent sembler superflues mais elles permettent de préciser le vocabulaire.

Le mot chaleur lui-même et sa signification sont ou ont été longuement discutés. La définition actuelle considère que la chaleur est l'énergie échangée soit en raison d'une différence de température soit par des mécanismes autres que le transfert de matière. Ainsi, comme mécanisme, on peut citer, pour un corps opaque ou semi-transparent, l'absorption et/ou l'émission d'un rayonnement électromagnétique. La chaleur est donc de même nature que le travail qui est aussi une énergie en

transit. L'énergie accumulée dans un corps n'est donc pas la chaleur, au sens de la définition précitée, on parlera d'énergie thermique. La chaleur est donc l'énergie thermique échangée, on l'appelle aussi transfert thermique. Néanmoins, pour être en accord avec certains auteurs les termes de chaleur ou de quantité de chaleur seront quelquefois utilisés pour représenter l'énergie thermique.

La nature de la chaleur et le problème du transfert thermique sont évoqués dès l'antiquité par les philosophes et les écrivains dont les traités sont parvenus jusqu'à nous. Cependant la classification actuelle des transferts thermiques suivant les trois modes, conduction, convection et rayonnement, semble avoir été distinguée d'après Kaviany par Joseph Black en 1757 [1]. Cette classification est donc relativement récente. La conduction, mode sur lequel on va se focaliser, est le mode par lequel l'énergie thermique se propage dans un milieu matériel sans qu'il y ait de transfert de matière. Cependant la notion de chaleur a longtemps été confondue avec celle de température puis avec celle d'énergie thermique. Initialement, les notions de chaud et de froid étaient basées sur des sensations mais comme le souligne Bachelard « C'est une erreur de croire que nos observations peuvent se traduire en termes de sensations immédiates » [2].

Il y a plusieurs méthodes pour enseigner la physique parmi lesquelles sont les deux principales : La première consiste à suivre le cheminement intellectuel des chercheurs au travers de l'histoire pour aboutir aux derniers développements, l'autre consiste à enseigner suivant l'état de l'art du moment en donnant éventuellement quelques références historiques utiles à la compréhension. Comme souligné par Thao-Do et Chokchai, l'histoire permet de fournir aux étudiants l'opportunité de découvrir ce qui a amené les chercheurs à penser comme des scientifiques plutôt que de n'y voir qu'une accumulation de faits passés [3]. Auguste Comte est l'un des premiers philosophes à soutenir qu'une approche historique des sciences est nécessaire pour les comprendre (cité par Thibault Vian [4]). Lors de la réforme des programmes en 1902, un débat a eu lieu entre l'alternative « historique » ou « dogmatique » [5]. Le présent article vise à donner quelques repères pouvant aider les explications dans les deux cas précités. Avant de traiter spécifiquement de la conduction de la chaleur et sans être exhaustif, il rappellera brièvement les étapes ayant conduit à la classification actuelle des modes de transferts thermiques. Mises à part quelques digressions, il suivra un développement chronologique en essayant de délimiter les périodes pour lesquelles on peut définir une ou des théories dominantes. Certains passages sont inspirés voire empruntés aux articles de Hallbwachs [6], d'Agabra [7] et de Viallefond [8]. La dernière partie consacrée aux développements récents ne fournit sans doute pas une description complète des différents apports car on assiste à une éclosion du nombre d'études et d'une profusion de publications. D'autre part, comme précédemment indiqué, pour ne pas avoir trop de références on a cité de nombreux articles de revue dans lesquels on peut trouver ces références. Certains paragraphes nécessitent la connaissance de mathématiques élémentaires qui permettent une meilleure compréhension de l'ensemble.

## 2. Le concept de chaleur : de l'antiquité à la Renaissance

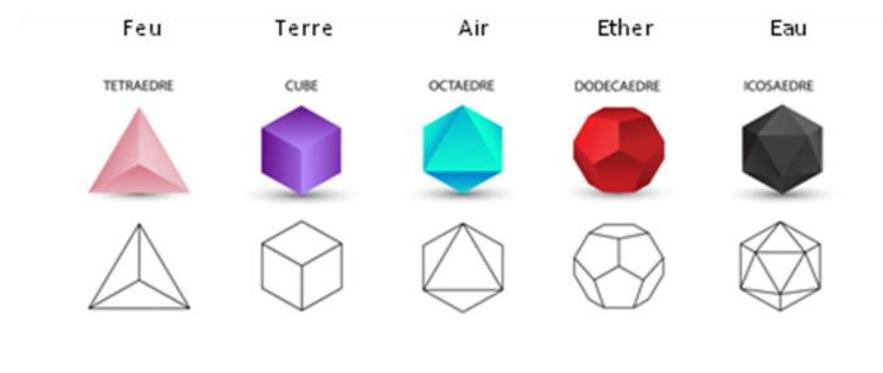
Dans la mythologie égyptienne, (~ - 3000) les dieux étaient les initiateurs de toutes les propriétés du monde. Par exemple il y a association de Tefnout la déesse du feu (de la chaleur et de l'humidité pour certains) avec son frère et époux Chou, fils de Râ, dieu de l'air sec et du souffle vital [9] [10] [11]. Cette origine divine du feu est également présente dans la mythologie grecque qui l'associe au don que Prométhée fit aux humains [12].

Dans la mythologie phénicienne Esmoun (ou Echmoun) correspondant à l'Esculape Romain est le principe conservateur de la vie c'est-à-dire la source du feu et de la chaleur [13].

Les philosophes de l'antiquité grecque ne différenciaient pas les notions de température et de chaleur et ont beaucoup disserté sur la nature de la chaleur. Nous signalerons sans nous y étendre la classification intéressante faite entre deux types de théories : celle de la substantiation (pour laquelle la chaleur est une substance) et la théorie mécaniste qui attribue la chaleur au mouvement [7]. Héraclite d'Ephèse (~ -544, ~ -480) considérait que rien dans le monde ne restait identique à soi-même, que tout

passait d'un contraire à l'autre et que de leur réunion naissait l'harmonie du monde. Le symbole de toutes ces transformations était le feu, substance primordiale, qui est l'élément chaud. Barnett pense que la conception d'Héraclite est plus proche d'une vue mécanistique que d'une vue substantialiste [14]. Leucippe (5ème siècle avant JC) et son élève Démocrite (~ -460, ~ -370), considèrent que les principes du monde sont le vide et le plein; les corps sont des combinaisons d'atomes et ils considèrent la chaleur comme une matière émanant des corps chauds et formée d'atomes ronds et très mobiles, les atomes du feu [14]. Aristote (-384, -322) après Empédocle (~ -495, ~ -435) considère que toute chose du monde sublunaire (situé en deçà de l'orbite lunaire) est constituée de ces quatre éléments, la terre, l'air, l'eau et le feu. A cela, est rajouté avec Philippe d'Oponte (assistant de Platon) (-418, -340) le constituant du monde supralunaire soit, tel qu'il est traditionnellement appelé, la quintessence ou l'éther [15] [16] [17]. Enfin, cet éther aristotélicien est une chaleur, il est principe de chaleur, donc de vie.

Platon (428/427, 348/347) aux environs de -358 [18] place à l'origine de l'organisation de la matière des triangles rectangles équilatéraux. Leurs dispositions reprennent la théorie des quatre éléments : le tétraèdre conduit au feu, le cube à la terre, l'octaèdre à l'air et enfin l'icosaèdre à l'eau.

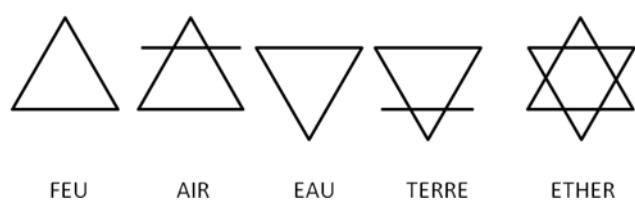


**Figure 1.** Les quatre éléments auxquels on a rajouté l'éther  
(D'après Platon et Aristote, images de France minéraux)

De plus, Aristote a attribué aux éléments les quatre propriétés fondamentales : le chaud, le froid, le sec et l'humide. Il considère que l'essence d'un corps est constituée d'un mélange en proportions variables de ces différentes qualités qu'il associe par couples

- Le feu qu'il associe au chaud-sec
- L'eau au froid et à l'humide
- La terre au froid et sec
- L'air à l'humide et chaud

Ceci correspond à l'interprétation faite par les alchimistes, du texte de la table d'émeraude, gravée d'après la légende, par Hermès Trismégiste. Cette interprétation est représentée par les symboles suivants :



**Figure 2.** La symbolique alchimique des éléments

Mais comme signalé par Agabra [7] « on trouve aussi l'indistinction entre les qualités de la matière et la matière elle-même, le chaud et le froid considérés comme deux qualités opposées de la matière et non comme des degrés de "chaleur", et même substantialisées ».

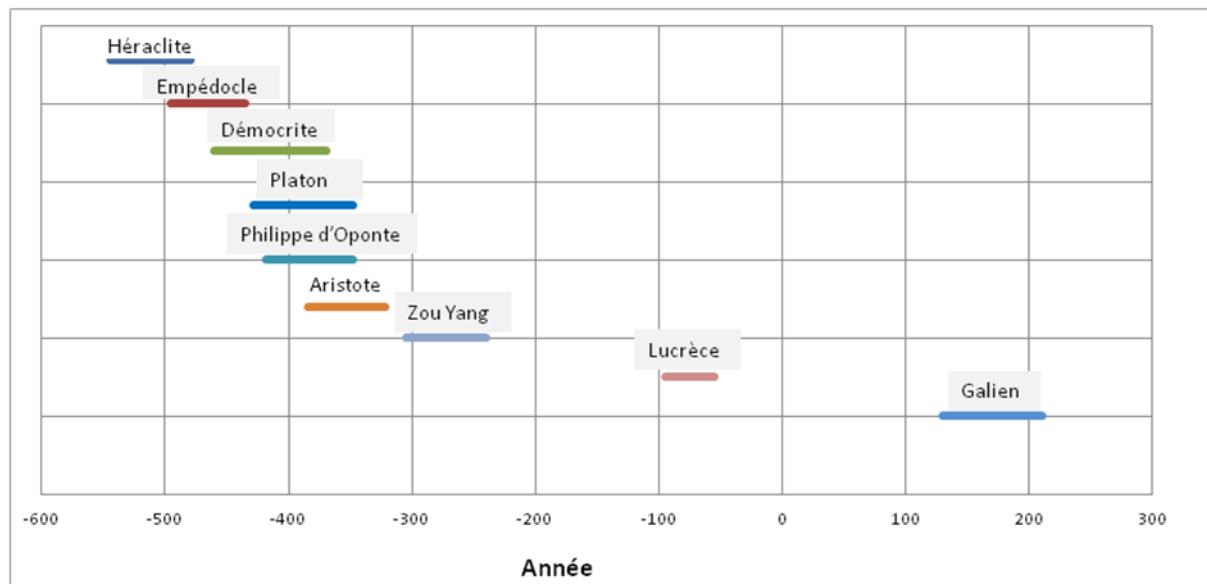
En Chine, pour Zou Yan (- 305, ~ -240) toute substance est un mélange de cinq éléments : la terre, l'eau, le feu, le bois et le métal [19]. On note une certaine analogie avec la catégorisation aristotélicienne. Ces éléments interagissent entre eux grâce à deux principes opposés

- Le Yang : chaleur, ardeur, soleil, virilité,
- Le Yin : froid, humidité, sombre, féminité

Dans le Bouddhisme les quatre éléments fondamentaux (dans le canon Pali: *cattāro mahābhūtāni*) sont la terre, l'eau, le feu et l'air (tradition orale ~ 400 - 500 publié en 29 avant JC au Sri Lanka) comme dans la philosophie aristotélicienne. Les quatre éléments sont la base de la connaissance qui conduit au nirvâna.

Parallèlement, en Occident, Lucrèce (~ -98, ~ -55) dans son « *De rerum natura* » critique la théorie des quatre éléments d'Aristote. Il reprend les idées de Démocrite et développe une conception de la matière intégrant l'idée de l'atome en tant que brique élémentaire [20][21].

D'après Barnett [22] la période Romaine hellénistique ainsi que le Moyen - Âge contribuèrent assez peu au développement du concept de chaleur bien que Galien (~ 130, ~ 210) un des pères de la médecine considère que le corps, comme toute matière, est composé de quatre éléments liés aux quatre qualités aristotéliciennes (chaud, froid, humide et sec). Il introduit la notion de degrés dans le « chaud » et le « froid » [22]. Sur la figure 3, on peut visualiser les dates concernant la vie de différents philosophes ou chercheurs jusqu'en l'an 300.



**Figure 3.** Diagramme permettant la visualisation des dates de la vie de philosophes/chercheurs de l'antiquité jusqu'en l'an 300 dans le domaine de la chaleur

L'empire Romain d'Orient s'étant étendu jusqu'à la Perse, les échanges entre philosophes persans et grecs ont été facilités. En particulier le philosophe et médecin Perso Avicenne ou Ibn Sina (980 – 1037) a contribué à l'étude d'un certain nombre de phénomènes naturels tels que le mouvement, la force, le vide, l'infini, la lumière et la chaleur. Il a laissé de nombreux écrits pour tenter d'élucider la notion de substance entre celle du feu et celle de la chaleur. C'est à l'époque des croisades, au XII<sup>ème</sup> siècle en Terre Sainte, et de la Reconquista en Espagne un peu plus tard, que vraisemblablement sous l'impulsion d'Avicenne, le savoir des Grecs et la théorie aristotélicienne des Éléments ont pénétré en Occident par l'intermédiaire des Arabes. Or, ces derniers ont essentiellement conservé dans leurs écrits

l'enseignement d'Aristote. Celui de Démocrite ne s'est pas transmis, et aujourd'hui encore, nous ne connaissons les textes de Démocrite que de manière lacunaire, au travers de ce que certains auteurs, en particulier Aristote, nous en ont dit. Les scolastiques du Moyen Âge reprennent cette théorie à leur compte et l'incluront dans leur vision chrétienne du monde.

Cependant bien que minoritaire l'idée de l'atomisme a été reprise par Guillaume de Conches (~1080, ~1150) et constitue une étape importante de la pensée médiévale [23].

### 3. Le concept de chaleur : de la Renaissance au XVIII<sup>ème</sup> siècle

Dans la période troublée qu'est, en Europe, le début du 16<sup>ème</sup> siècle Paracelse (1493-1541), médecin, philosophe et alchimiste ajoute 3 principes aux quatre éléments aristotéliciens, l'un, constitué par la chaleur du Feu et de l'Air, l'autre constitué par l'humidité de l'Eau et de l'Air, le troisième constitué par la sécheresse de la Terre et du Feu [8].

Pour Johann Joachim Becher (1635 - 1682), médecin chimiste et alchimiste allemand, toutes les substances sont terreuses et contiennent terre et eau, il reprend la théorie de Paracelse qui ajoute aux quatre éléments d'Aristote trois types de terre [8] (que les alchimistes ont quelquefois liés aux gunas indiens):

- La terra prima ou terra lapida responsable de l'état solide, (dite sel) qui permet dans un corps d'unir le soufre et le mercure, et d'assurer la cohésion du résultat.
- La terra secunda ou terra pinguis qui est combustible (dite charbon ou soufre) principe de ce qui est actif, chaud, dur : le masculin
- La terra tertia ou terra mercuriatis qui est liquide (dite mercure) principe de ce qui est passif, froid malléable, volatil : le féminin

Il indique que les corps combustibles et les métaux renferment ces 3 terres. Par leur combustion, la terre inflammable se dégage. Georg Ernst Stahl (1659 - 1734), un de ses élèves, appelle phlogistique (phlogiston) la terre inflammable (il avait lui-même repris ce terme d'Aristote φλογιστός signifiant "inflammable") d'après des idées de J.J. Becher. Cette idée substantialiste fut aussi préconisée par le chimiste hollandais Hermann Boerhaave (1668-1738) [24] ainsi que par Carl Wilhelm Scheele (1742-1786) en 1777 [24]. Cette notion de phlogistique, constituant de la chaleur, sera communément admise jusqu'à Lavoisier. Néanmoins, cette conception substantialiste a été disputée au XVII<sup>ème</sup> siècle en particulier par Descartes, Bacon, Newton et Boyle qui soupçonnent l'existence de relations entre les phénomènes mécaniques et calorifiques dans une conception mécaniste. Les idées qu'ils ont développées sont bien décrites par Morris dans sa thèse [25]. Cependant, il est intéressant de constater que déjà, au XIII<sup>ème</sup> siècle, le polygraphe juif Levi ben Abraham (1246 ?-1315), natif du Languedoc en France en a esquissé l'ébauche [26]. Plus tard en 1649 Pierre Gassendi (1592-1655), atomiste convaincu, voyait la chaleur et le froid comme différents aspects de la matière [27]. Il considérait que les atomes froids étaient tétraédriques et que lorsqu'ils pénétraient un liquide ce dernier se solidifiait. Descartes (1596 – 1650) définit ainsi la notion de quantité de chaleur : « la quantité de chaleur qu'un corps dégage en se modifiant, c'est la diminution de quantité de mouvement qui anime les petites parties de ce corps ». Leibniz et Newton ont également retenu cette conception, même si Leibniz (1646-1716) préfère considérer la force vive comme la résultante de ce mouvement. A cette époque se développe également la mesure du degré de chaleur. Certains chercheurs grecs de l'antiquité avaient déjà développé des mécanismes permettant d'utiliser la différence de propriétés entre un fluide chaud et un fluide froid. En particulier Philon de Byzance (3<sup>ème</sup> siècle avant JC) puis Héron d'Alexandrie (1<sup>er</sup> siècle de notre ère) inventèrent un thermoscope à air. C'est Galilée (1564 – 1642) qui est crédité de l'invention du thermomètre proprement dit en 1592 bien qu'il semble avoir été utilisé par d'autres à la même époque [28]. C'est le Jésuite Jean Leurechon qui a inventé le mot thermomètre en 1624 dans son ouvrage *Récréations mathématiques* republié en 1642 [29] où il décrit le principe du thermomètre à air.

Quant au thermomètre avec du liquide dans un bulbe qui se dilate dans un canal lors d'un changement de température il semble que ce soit le français Jean Rey (1583-1645) qui fut le premier à l'utiliser en 1632 [30].

Newton (1643 – 1727) est sans doute le premier à essayer de quantifier la perte de ce qu'il appelle chaleur (« calor » en latin) en reprenant le terme de Laurechon en l'anglicisant, thermometer [31]. Il note que la diminution du degré de « calor » d'un corps chaud dépend de l'écart entre le degré de chaleur du corps et celui de son environnement, ce qui conduira à la loi de la convection. Néanmoins d'après Barnett [22], Francis Bacon (1561-1626) dès 1620 soupçonnait une différence entre chaleur et température [32]. Dès 1709, Gabriel Fahrenheit (1686 – 1736) construisit des thermomètres à « esprit de vin » en augmentant le nombre de graduations, définissant ainsi une échelle appelée fahrenheit permettant ainsi une certaine précision des mesures. Un peu plus tard Celsius (1701 – 1744) définissait une nouvelle échelle désormais mondialement adoptée. Une étape importante a été franchie par Joseph Black (1728 - 1799) qui mesure les propriétés de corps chauffés, ce qui a conduit à la notion de chaleur sensible et chaleur latente. Black a distingué la quantité de chaleur dans un corps de son intensité, ou température, réalisant que les thermomètres pouvaient être utilisés pour déterminer la quantité de chaleur si la température est mesurée sur une durée où le corps est chauffé ou refroidi [33]. Il propose une nouvelle théorie en réponse à l'hypothèse du phlogistique. D'après cette théorie, la chaleur est un fluide, le calorique, nom donné ultérieurement par Lavoisier, s'écoulant des corps chauds vers les corps froids. Le calorique était donc perçu comme un fluide indestructible, sans masse, capable de pénétrer les solides et les liquides. Lui-même appelle ce fluide, fluide igné, matière du feu, de la chaleur et de la lumière, Il définit ainsi la notion de capacité thermique qu'il relie à la quantité de fluide que les corps pouvaient emmagasiner et restituer ainsi que celle de chaleur latente. Cette théorie substantialiste bien que fausse a fourni un cadre conceptuel qui a permis les développements mathématiques ultérieurs. Lavoisier et Laplace, dans le *Mémoire sur la chaleur* [34] exposent les deux théories de la chaleur entre lesquelles sont partagés les avis des physiciens ; ils résument d'abord la doctrine du calorique, puis l'hypothèse que la chaleur est un mouvement : « Nous ne déciderons pas entre les deux hypothèses précédentes, disent-ils ; plusieurs phénomènes paraissent favorables à la dernière ; tel est, par exemple, celui de la chaleur que produit le frottement de deux corps solides ; mais il en est d'autres qui s'expliquent plus simplement dans la première. »

En parallèle, plusieurs chercheurs ont étudié l'influence de la chaleur sur les propriétés des gaz. Citons Boyle et Mariotte pour la loi : Pression x Volume = constante ( $P \cdot V = \text{constante}$ ) puis celle de Charles : A pression constante, Volume / Température = constante dont la combinaison des résultats avec ceux de Gay-Lussac et d'Amontons a conduit à la loi des gaz parfaits établie vraisemblablement par Emile Clapeyron (1799 – 1864). Guillaume Amontons (1663-1705) a également indiqué de façon intuitive que, dans les solides la chaleur se déplaçait dans la direction des températures décroissantes. [35]. Il a également proposé en 1702 le concept de zéro absolu formalisé plus tard par Thomson en 1848.

#### 4. Les lois de la conduction

Bien que plusieurs études aient déjà été effectuées sur les phénomènes de conduction, en particulier par Amontons [36], c'est au tournant du XVIII<sup>ème</sup> et du XIX<sup>ème</sup> siècle que naît la formalisation de la conduction de la chaleur. Déjà en 1750 Benjamin Franklin (1706 – 1790) constatant l'analogie entre les phénomènes de la chaleur et ceux de l'électricité et ayant connaissance de la conductivité électrique, acquise déjà depuis le commencement du XVIII<sup>ème</sup> siècle, a défini la conductivité thermique [37]. Plus tard, Biot (1774 – 1862) a établi plusieurs règles à partir de ses résultats sur la propagation de la chaleur dans une barre métallique et, en 1804, a transmis ses résultats à Jean-Baptiste Joseph Fourier (1768 – 1830) [38]. Comme c'est l'époque où les scientifiques se questionnent sur la nature de la chaleur, ce dernier précise comme Lavoisier et Laplace [39] : « Je n'examinerai pas ici si la chaleur est un corps, ou si elle n'est que le résultat du mouvement intérieur des particules de la matière, mais en admettant que ses effets, lorsqu'elle devient sensible, sont mesurables par le thermomètre, je chercherai

les lois de sa propagation. » En utilisant l'analyse de Biot et en la prolongeant, Fourier a publié son traité magistral « *Théorie analytique de la chaleur* » en 1822 [40] après qu'un premier manuscrit ait été refusé par l'Académie des sciences de Paris en 1807. Néanmoins en 1811 il avait obtenu un prix de la part de l'Académie avec son manuscrit « *Théorie du mouvement de la chaleur dans les corps solides* ». Il définit la conductivité thermique  $k$  (qu'il appelle « *conducibilité* ») comme étant la grandeur principale permettant de caractériser la conduction de la chaleur, cette constante pouvant varier suivant le matériau de 0,4 jusqu'à 2600 W.K<sup>-1</sup>.m<sup>-1</sup> pour le diamant. Il écrit que la densité de puissance transférée est proportionnelle au gradient de température soit, à une dimension :

$$\varphi = -k \frac{\partial T}{\partial x} \quad (1)$$

et, en notation vectorielle actuelle

$$\vec{\varphi} = -k \vec{\nabla} T \quad (2)$$

En considérant que les propriétés physiques sont constantes, il écrit ainsi l'équation de conduction de la chaleur en coordonnées cartésiennes :

$$c \frac{\partial T}{\partial t} = k \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (3)$$

Où  $c$  est appelée la « capacité de chaleur » de la substance.

Actuellement on écrit souvent cette équation sous la forme

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (4)$$

Où  $a$  est la diffusivité thermique égale à  $k/(\rho c_p)$ ,  $c_p$  étant la capacité thermique massique à pression constante et  $\rho$  la masse volumique.

Fourier écrit ensuite les équations équivalentes pour différentes géométries et il les résout à l'aide de séries infinies qui portent désormais le nom de séries de Fourier. Fourier ne prend pas parti concernant la nature de la chaleur bien qu'il semble la considérer comme étant le calorique. Le livre de Fourier semble avoir donné en France le départ à de nombreuses études pour étendre la théorie décrite.

Par exemple un peu plus tard en 1835, Poisson (1781 – 1840) publie sa « *Théorie mathématique de la chaleur* » dans laquelle il prend le parti du calorique qu'il trouve plus en accord avec ses raisonnements. Il écrit [41]:

« ... j'adopterai dans cet ouvrage la théorie beaucoup plus féconde, qui attribue ces phénomènes à une matière impondérable, contenue dans les parties de tous les corps aussi petites que l'on voudra, et pouvant s'en détacher et passer d'une partie à une autre, ce qui fait varier avec le temps la quantité de cette substance renfermée dans chaque partie.

Celle matière s'appelle calorique; on la nomme aussi matière de la chaleur, ou simplement chaleur ».

Il démontre en utilisant les lois de la dépendance en  $1/r^2$  pour chaque molécule ses équations qui aboutissent finalement à la relation :

$$c \frac{\partial T}{\partial t} = k \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{\partial k}{\partial T} \left[ \left( \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \right) \right] \quad (5)$$

Qui lorsque  $k$  est constante se réduit à l'équation de Fourier.

A la même époque, en 1828, Duhamel (1797 -1872) propose de tenir compte d'une variation de la conductivité avec la direction [42]. En 1861, Lamé (1795 – 1870) écrivit son ouvrage « *Leçons sur la théorie analytique de la chaleur* » en insistant sur le rôle des mathématiques dans l'établissement des équations de la propagation de la chaleur sans tenir compte de sa nature et indépendamment de toute loi physique [43]. Néanmoins, il pense qu'un fluide éthétré remplit l'univers et qu'il est responsable de la propagation des forces dans tout l'espace « Ce fluide doit nécessairement jouer un grand rôle dans les phénomènes de la chaleur, de l'électricité et du magnétisme, dans ceux qui dépendent de la constitution interne et du changement d'état des corps, enfin dans les combinaisons chimiques », indiquait Lamé dans un mémoire dédié à l'étude de l'équilibre de l'éther [44]. Pierre-Simon (de) Laplace (1749 – 1827) avait déjà admis l'hypothèse de l'éther qu'il a identifié au calorique et qui produit une force répulsive entre les particules de matière. On peut remarquer l'analogie avec les théories actuelles, où l'on décrit l'énergie potentielle interatomique (appelée souvent potentiel) par un potentiel répulsif à courte distance et un potentiel attractif (interaction de Van der Waals) à forte distance.

C'est au milieu du XIX<sup>ème</sup> siècle que s'effectue le basculement de la théorie substantialiste du calorique vers la théorie de la nature dynamique de la chaleur. D'après Bachelard, Chwolson, (1852 – 1934) fixe à 1840 la date où « l'intuition du fluide calorifique fait place à l'intuition cinétique de la chaleur ». Il faut remarquer que, comme déjà signalé, Descartes et Newton pensaient que la chaleur était associée au mouvement de minuscules constituants de la matière. De même, l'idée que les gaz étaient constitués de molécules en mouvement avait déjà été discutée en 1738 par Daniel Bernoulli (1700 – 1782) pour qui les gaz consistaient en un grand nombre de molécules se déplaçant dans toutes les directions et dont l'impact sur une surface causait la pression [45] ; mais cette idée était tombée en désuétude. Même Lavoisier et Laplace remarquaient que certains physiciens pensaient que la chaleur n'était que « le résultat des mouvements insensibles des molécules de la matière » [34]. Cette idée fut reprise par Clausius (1822 - 1888) en 1857 et a été confortée par les études de Mayer (1814 - 1878) en 1841 [46, 47] et Joule (1818 – 1889) en 1843 qui ont montré que la chaleur générée dans un procédé quelconque était proportionnelle au travail dissipé. Joule énonce ainsi le principe de la conservation de l'énergie [48]. Ce mot, énergie, a semble-t-il été inventé par Thomas Young (1773–1829) en 1807 à partir du mot grec *ένέργεια* qui signifie efficacité. Young l'a utilisé comme étant la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle de gravitation ainsi que de l'énergie potentielle d'un ressort. Cette équivalence entre chaleur et travail avait été pressentie en 1798 par Benjamin Thompson, comte de Rumford (1753 – 1814) lors de l'observation de la production de chaleur lors du forage des canons, expériences vérifiées par Davy. D'après Pierre Duhem (1861 – 1916), c'est en faveur de l'hypothèse que la chaleur est une agitation très vive des petites parties des corps que Rumford et Davy concluaient, en discutant leurs expériences [49].

Il convient également de citer les travaux de Thomson (1824 - 1907) plus connu sous le nom de lord Kelvin qui affirme que la somme de la chaleur et du travail constitue une grandeur commune que l'on identifie comme étant l'énergie interne, comme la formalise Clausius [50], et qui est une fonction qui ne dépend que de l'état initial et de l'état final c'est-à-dire une fonction d'état [51].

Les idées de la théorie cinétique qui avaient déjà été proposées par Daniel Bernoulli, puis formulée indépendamment par August Krönig (1822 – 1879) en 1856 et Rudolf Clausius en 1857 ont été magnifiquement développées par James Clerk Maxwell (1831 – 1879), d'abord en 1860 puis publiées en 1871 dans son livre « *Theory of heat* » [52, 53]. Il décrit l'agitation thermique des molécules (« les molécules de tous les corps sont dans un état perpétuel d'agitation ») et donne par exemple la relation entre diffusion de la chaleur et mouvement des molécules ainsi que, pour les gaz, la relation entre la pression et la vitesse des molécules. C'est la naissance de la thermodynamique statistique. Dans son traité de 1867 il définit également la notion de temps de relaxation. Ces travaux ont fortement influencé Ludwig Boltzmann (1844 – 1906) partisan de l'atomisme, fortement critiqué par une partie des chercheurs de son temps, critiques qui ont sans doute contribué à sa disparition. En 1872, il a

établi une équation de transport de la fonction de distribution  $f$  pour un gaz de particules [54, 55]. Avec les notations actuelles l'équation de Transport de Boltzmann (ETB) peut s'écrire :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \cdot \vec{\nabla} f + \vec{F} \cdot \vec{\nabla}_p f = \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{coll} \quad (6)$$

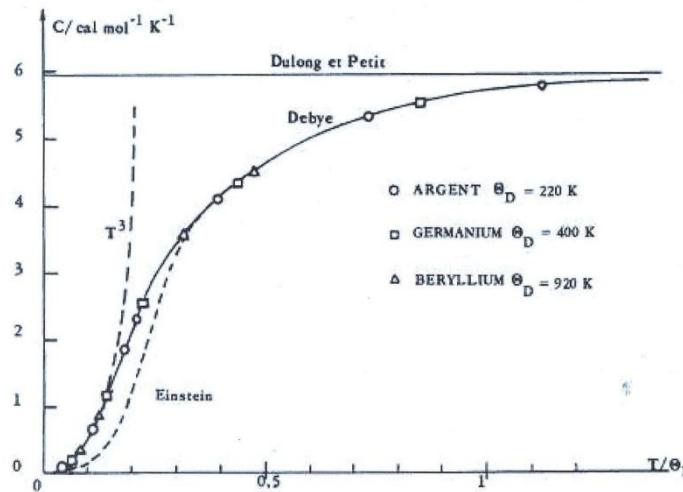
Où  $m$  est la masse des particules soumises à un champ de forces  $\vec{F}$ ,  $\vec{p}$  leur quantité de mouvement, et  $\left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{coll}$  est l'évolution de la fonction de distribution due aux collisions.

Maxwell et Boltzmann ont ainsi formalisé cette « Théorie cinétique des gaz » et on dénomme dans ce cas la distribution des particules, distribution de Maxwell-Boltzmann.

A la fin du XIX<sup>ème</sup> siècle, il est enseigné que « Pendant longtemps la chaleur... a été attribuée à un fluide impondérable et incoercible que l'on nommait calorique... Mais il paraît aujourd'hui démontré que la chaleur n'est autre chose que le résultat d'un mouvement vibratoire, très petit et très rapide, des dernières molécules de matière pondérable, lequel mouvement se propage entre les corps par l'intermédiaire d'un fluide nommé éther » [56]. Cette théorie a conduit à considérer la chaleur comme un mouvement en la comparant à la théorie ondulatoire de la lumière. Pour Joseph Boussinesq (1842–1929) l'éther occupait l'univers entier; il se trouvait aussi bien à l'intérieur qu'à l'extérieur des corps solides. Il était constitué de particules de masses insignifiantes comparées à celles des molécules des corps mais compte tenu de l'étroitesse des espaces considérés, les amplitudes des ondulations peuvent « imprimer un mouvement notable à une masse aussi lourde que la molécule considérée » [57]. Les vibrations de l'éther transportaient les ondes électromagnétiques aussi bien que la chaleur même en l'absence de tout support matériel. Les travaux d'Einstein (1879 – 1955) conduisirent à l'abandon de la notion d'éther bien que lui-même, s'il abandonna cette notion lors de l'élaboration de ses théories en 1905, revint par la suite sur ses assertions primitives en proposant un nouveau type d'éther.

## 5. Atomes et quantas

La détermination de la grandeur  $c$  utilisée dans l'équation de la conduction a conduit à de nombreuses études, en particulier celle de Dulong et Petit. Mettant  $c$  sous sa forme actuelle  $M C_v$  où  $M$  est la masse (ou la masse molaire) et  $C_v$  est la capacité thermique massique (ou molaire) à volume constant, ces auteurs ont établi empiriquement en 1819 que dans des conditions habituelles on vérifiait que pour tous les corps simples à l'état solide aux températures ordinaires la capacité thermique molaire  $C_v$  était, convertie en unités SI, égale à environ  $25 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$  [59]. Les mesures ultérieures par contre ont montré qu'aux basses températures les capacités thermiques des solides diminuaient. Pour en tenir compte, l'analogie lumière – chaleur a été poursuivie. En 1900, Max Planck (1858 – 1947) montre que le rayonnement du corps noir peut s'expliquer en montrant que l'énergie rayonnée ne peut pas prendre des valeurs quelconques, mais uniquement des valeurs multiples entières d'un quantum d'énergie par l'intermédiaire d'une constante  $h$  appelée depuis constante de Planck [60]. Elle relie la valeur de l'énergie  $E$  à la fréquence du rayonnement  $v$  par  $E = h v = \hbar \omega$  avec  $\omega = 2 \pi v$ . En 1907, par analogie avec le rayonnement, Einstein a proposé un modèle de vibrations atomiques d'un réseau d'oscillateurs découpés en reprenant l'hypothèse que les vibrations ne peuvent se faire qu'à certaines fréquences. Il a supposé que les fréquences  $v_E$  de chaque oscillateur étaient identiques. Il a ainsi calculé la valeur de la capacité thermique [61]. A haute température les valeurs tendent vers celles de Dulong et Petit. A basse température il a montré que la décroissance de la chaleur spécifique des solides vers les basses températures, inexplicable dans le cadre des considérations classiques, est un phénomène d'origine quantique, d'où son importance historique. Ce modèle ne permettant pas d'obtenir un accord suffisant avec les valeurs expérimentales, Debye (1884 – 1966) en 1912 l'a amélioré en ne faisant pas l'hypothèse de fréquences identiques [62], en introduisant des termes anharmoniques dans le potentiel et en utilisant les propriétés des ondes élastiques dans un corps solide. Les résultats obtenus coïncident bien avec les expériences (Figure 4).



**Figure 4.** Comparaison des modèles de Debye et d'Einstein avec les valeurs expérimentales de la capacité thermique molaire de trois corps (d'après Thèse Zaoui [63])

Au tournant du XX<sup>ème</sup> siècle la relation entre le mouvement des corpuscules (atomes, molécules ou électrons récemment découverts) et la chaleur s'impose en même temps que la physique quantique.

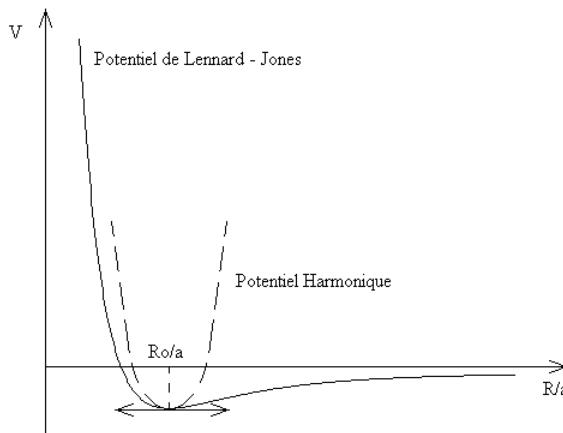
### 5.1. Conduction dans les gaz

Dans le cas des gaz, en l'absence de mouvement d'ensemble, les atomes ou les molécules sont animés, ainsi que Maxwell l'a décrit, d'un mouvement incessant (sauf au zéro absolu) d'autant plus énergique que la température est élevée. Les particules les plus énergétiques transmettent leur énergie aux moins énergétiques induisant la propagation de l'énergie thermique.

### 5.2. Conduction dans les solides

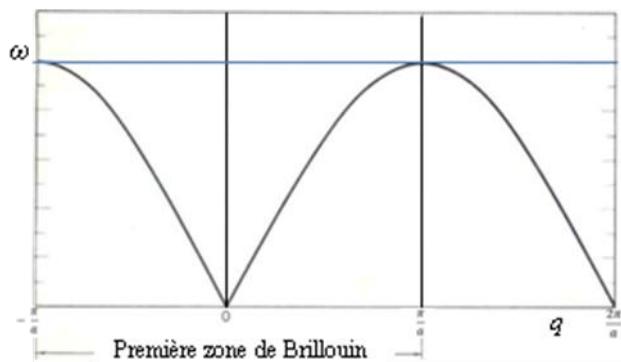
Concernant le transport de la chaleur dans les solides on observe deux théories complémentaires. Drude (1863 – 1906) appliquant la théorie cinétique des gaz aux électrons libres d'un solide a décrit la conduction de l'électricité et de la chaleur dans les métaux [64]. Dans sa théorie les électrons obéissent alors à la statistique de Maxwell-Boltzmann. Pour les corps isolants, le transport de la chaleur se fait par l'intermédiaire des vibrations atomiques qui, dans les réseaux cristallins ont été traitées de plusieurs manières soit à l'aide de la mécanique classique soit à l'aide de la mécanique quantique.

L'exemple le plus simple est celui d'une chaîne linéaire d'atomes. Ce modèle défini par Born-von Kármán en 1913 suppose qu'un cristal est constitué d'une suite d'atomes disposés sur les arêtes d'un cube [65]. Les conditions aux limites cycliques dites BvK permettent de simuler un solide infini en choisissant une partition de ce système comportant une partie des objets (certains atomes du réseau par exemple) que l'on complète virtuellement en le prolongeant à chaque extrémité par un ensemble de copies de lui-même. Dans ce modèle les atomes sont liés entre eux par l'intermédiaire d'une constante élastique qui peut être déduite du potentiel d'interaction entre deux atomes. Dans le cas d'un cristal moléculaire il est bien représenté par un potentiel appelé actuellement potentiel de Lennard-Jones et la première approximation qui en a été faite par Born et von Kármán est celle d'un potentiel harmonique (Figure 5).



**Figure 5.** Potentiel atomique de Lennard – Jones

En cherchant une solution de l'équation déduite de ce modèle sous la forme d'une onde progressive décrivant le mouvement vibratoire des atomes on obtient une courbe dite de dispersion donnant la pulsation de l'onde  $\omega = 2 \pi v$  en fonction du vecteur d'onde  $\vec{q}$  de module  $q = 2 \pi / \lambda$ . C'est une courbe périodique dont la première période correspond à une zone appelée première zone de Brillouin, zone où  $\vec{q}$  varie de façon univoque. Ces zones ont été définies par Brillouin (1889 - 1969) en 1930 dans l'explication de la propagation des électrons dans un cristal [66].



**Figure 6.** Courbes de dispersion des fréquences des vibrations atomiques et définition de la première zone de Brillouin

Cependant l'approximation du potentiel harmonique pouvant conduire à une conductivité infinie, Peierls (1907 – 1985) a effectué plusieurs modifications [67]. Il a effectué la comparaison d'un traitement classique et d'un traitement quantique. En mécanique classique toutes les fréquences de vibrations sont permises, en mécanique quantique seules des valeurs discrètes sont possibles. Il montre qu'il est nécessaire de ne pas négliger l'aspect quantique pour obtenir une conductivité qui ne tende pas vers l'infini.

### 5.3. Les phonons

Le concept de phonon a été créé par Igor Tamm (1895 - 1971) en 1930 et le mot « phonon » a été inventé en 1932 par Yakov Frenkel (1894 – 1952) [68]. Les vibrations d'un ensemble d'atomes dans un réseau cristallin n'étant possibles qu'à certaines fréquences  $v$ , les gains ou les pertes d'énergie ne peuvent se faire, comme pour le rayonnement, que par quantum  $h v$ . Compte-tenu de l'équivalence onde/particule définie par Louis de Broglie (1892 – 1987) [69], on considère que les modes de vibrations associés à ces fréquences peuvent être assimilés à une quasi-particule appelée phonon. L'utilisation de la notion de phonon s'est révélée être un outil puissant pour étudier le transport de l'énergie thermique dans les solides. L'aptitude d'un phonon à transporter l'énergie est directement liée à la distance moyenne, appelée libre parcours moyen, qu'il est capable de parcourir sans collision. Cette notion permet d'utiliser celle de porteur.

### 5.3.1. Notion de porteur

Un porteur, dans le sens physique du terme, peut être défini comme l'élément d'un ensemble (voire d'une partie de cet ensemble) qui transporte une grandeur physique. Un phénomène de transport se produit si un déséquilibre ou une différence existe permettant le mouvement des porteurs, c'est la diffusion. Par exemple, à l'échelle atomique, le transfert de l'énergie thermique peut être réalisé par le biais de toute particule ou quasi-particule subissant une différence de température. La conductivité thermique correspond à la somme des contributions de chaque particule ou quasi-particule. Dans les solides, le transfert de chaleur est principalement dû aux phonons, aux électrons et pour certains matériaux aux magnons. Le magnon, dont le concept a été introduit en 1930 par Felix Bloch (1905 – 1983) [70] est la quasi-particule correspondant à des ondes de spin. Toutefois, des contributions d'autres particules ou quasi-particules restent possibles ainsi que l'existence d'autres phénomènes. La conductivité thermique est liée au libre parcours moyen du porteur qui est la distance moyenne  $l_m$  parcourue par le porteur entre deux interactions successives (collision par exemple) pouvant modifier sa direction, son énergie ou d'autres propriétés. Ce concept semble être dû à Clausius [71]. La durée entre deux interactions correspond au temps de relaxation  $\tau$ . Pour un porteur de vitesse moyenne  $u_m$ , le libre parcours moyen est donc

$$l_m = u_m \tau \quad (7)$$

Dans le cas d'un gaz infini constitué de molécules dont la vitesse quadratique moyenne est  $u_m$ , la conductivité thermique peut s'écrire [voir par exemple 72]

$$k = \frac{1}{3} C_v u_m l_m \quad (8)$$

Dans le cas des phonons la conductivité peut être estimée de la même façon par

$$k = \frac{1}{3} C_v(T) u_s l_m(T) = \frac{1}{3} u_s^2 \tau(T) C_v(T) \quad (9)$$

Où  $u_s$  est la vitesse du son. Plus généralement on dira que la conductivité est la somme des contributions de chaque type de porteurs  $j$  de vitesse  $u_j$  et associé à la capacité thermique  $C_j$

$$k = \frac{1}{3} \sum_j C_j u_j l_j \quad (10)$$

Dans le cas de la plupart des solides, on écrira donc que la conductivité thermique est la somme de la contribution des électrons et des phonons  $k = k_e + k_p$  et éventuellement d'autres porteurs. Ceci correspond à la règle édictée par Matthiessen (1831 – 1870) [73] :

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_e} + \frac{1}{\tau_p} + \dots = \sum_j \frac{1}{\tau_j} \quad (11)$$

Pour la conductivité thermique due aux électrons la théorie de Drude a été modifiée notamment par Sommerfeld (1868 – 1951) qui a utilisé la statistique de Fermi-Dirac à laquelle obéissent les électrons au lieu de celle de Maxwell-Boltzmann [74].

### 5.3.2. Interaction des phonons

La conduction thermique due aux vibrations des réseaux a donné lieu à de nombreuses études depuis celle de Peierls et l'on peut trouver une liste des principales d'entre elles (jusqu'en 1967) dans la publication de Tavernier [75]. Cependant des études sur la conduction thermique autres que la diffusion des phonons et des électrons dans un milieu infini sont apparues. En 1938, W.J. de Haas et

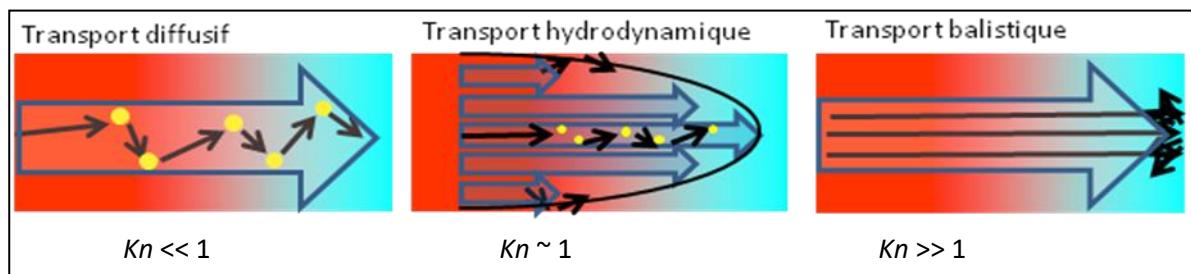
Th. Biermasz [76] ont signalé les effets de la taille des échantillons sur la conduction. Casimir [77] a interprété ces effets en comparant le cristal à un espace vide occupé seulement par des ondes électromagnétiques et en affirmant que le flux de l'énergie électromagnétique était analogue au flux de chaleur dans le cristal. L'influence de la longueur d'onde moyenne des ondes électromagnétiques peut être comparée à celle du libre parcours moyen des phonons. On peut alors distinguer deux types de limitation du libre parcours moyen : les collisions avec les frontières de l'échantillon et la diffusion par les défauts d'un cristal. On définit alors deux types de transport des porteurs, le transport balistique et le transport diffusif. Ceci a conduit à la définition du nombre de Knudsen. Knudsen (1871 – 1949) a étudié un écoulement dans un conduit, écoulement dont le libre parcours des atomes n'est pas négligeable devant la taille du système (1909) [78]. De nos jours on utilise le nombre de Knudsen défini ci-après qui compare le libre parcours moyen à la dimension caractéristique de l'échantillon  $L_c$  :

$$Kn = \frac{l_m}{L_c} \quad (12)$$

Si  $Kn \gg 1$  on a affaire à un transport balistique, on utilise l'équation de Boltzmann

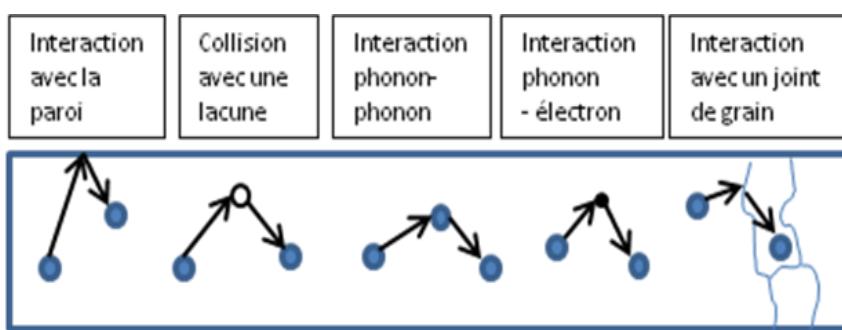
Si  $Kn \ll 1$  on a affaire à un transport diffusif, on peut utiliser l'équation de Fourier

Entre les deux peut exister un régime intermédiaire dit régime hydrodynamique. Néanmoins, il peut y avoir une interpénétration des régimes.



**Figure 7.** Les différents régimes de transport de l'énergie thermique

L'intérêt de l'utilisation du nombre de Knudsen a été mis en évidence dans la publication de Chapuis *et al.* dans laquelle les auteurs soulignent l'importance de la taille du système étudié [80]. Ils utilisent les équations de transport diffusif et balistique. Les interactions des phonons peuvent être de différentes natures. Sur la figure 8 en sont présentées quelques unes, inspirées de la publication de Asheghi *et al.* sur les couches minces [81]: Interaction avec les parois, collisions avec les imperfections cristallines (impuretés, lacunes, joints de grains, dislocations...), interactions phonon-phonon.



**Figure 8.** Quelques interactions possibles des phonons avec un milieu cristallin

Concernant les interactions phonon-phonon Peierls et Pauli (1900 – 1958) ont distingué deux mécanismes en 1929 [67]. En effet, due à la nature discrète du réseau atomique il existe une longueur d'onde minimale du phonon qui peut se propager,  $\lambda_{min}$  longueur d'onde liée à la distance

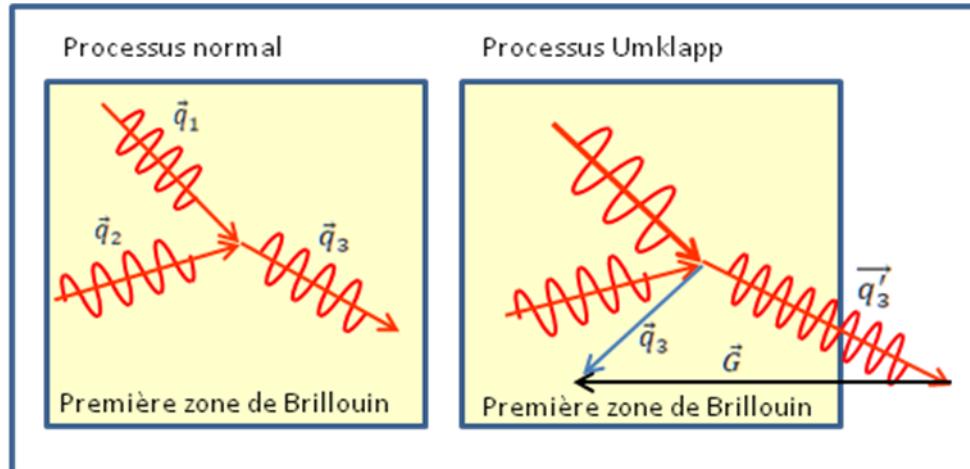
interatomique. Dans ce cas  $q_{max} = 2\pi / \lambda_{min}$ . Lors de la collision de deux phonons ayant deux vecteurs d'onde différents  $\vec{q}_1$  et  $\vec{q}_2$  la conservation de la quantité de mouvement conduit à:

$$\vec{q}_1 + \vec{q}_2 = \vec{q}_3 \quad (13)$$

Où  $\vec{q}_3$  est le vecteur résultant. Si  $\vec{q}_3$  reste dans la première zone de Brillouin on dit que l'on a affaire à un processus normal, s'il déborde de la première zone de Brillouin ( $q > q_{max}$ ) on le ramène dans cette zone en écrivant

$$\vec{q}'_3 = \vec{q}_3 + \vec{G} \quad (14)$$

Les deux auteurs précédemment cités ont appelé ce processus *Umklapp* car il correspond à un repliement du vecteur d'onde (figure 9). Un tel processus est à l'origine de la résistance thermique.



**Figure 9.** Définition du processus de collision de phonons : processus normal et processus Umklapp

## 6. Au-delà de la loi de Fourier. Échelles de temps et d'espace ultra-courtes

### 6.1. Aspects mésoscopiques

Nous assistons actuellement à une explosion d'études sur la conduction de la chaleur. Un ensemble d'entre elles consiste en la recherche d'équations permettant de généraliser la loi de Fourier et permettant d'éviter ainsi l'usage de calculs complexes qui nécessitent l'emploi de méthodes numériques. Devant le nombre de méthodes et d'équations permettant d'étendre le formalisme de Fourier, un article de revue a été publié récemment auquel on pourra se référer [82]. Néanmoins, nous signalerons quelques concepts intéressants.

Suivant en cela Jou et Cimmelli en 2016 [83] on peut définir, de façon non exhaustive, plusieurs catégories :

- L'utilisation d'une constante de temps
- Le modèle DPL à deux constantes de temps
- Le caractère hydrodynamique du transport par phonons
- La théorie de la thermomasse

Néanmoins les méthodes numériques profitent de l'accroissement substantiel de la puissance de calcul des ordinateurs et ont donné lieu également à de nombreuses études.

## 6.2. Utilisation d'une constante de temps. Équation de Cattaneo - Vernotte

Les travaux liés à l'équation de Fourier n'ont pour autant pas cessés. En effet, un des paradoxes de cette équation est la propagation instantanée de la chaleur, le profil de température s'étendant d'un bout à l'autre d'un échantillon  $\forall t > 0$ . Ceci est particulièrement mis en évidence lors du chauffage d'une surface à l'aide d'une impulsion laser de brève durée (< ms). Pour lever cette ambiguïté, Cattaneo (1911 – 1979) en 1948 et 1958 [84, 86] ainsi que Vernotte (1878 – 1970) en 1958 [85] ont proposé d'exprimer la densité de flux thermique en introduisant une constante de temps (ou temps de relaxation)  $\tau_\varphi$ . En se limitant au premier ordre d'un développement en série de Taylor, Vernotte écrit [85]:

$$\varphi(t + \tau_\varphi) \cong \varphi + \tau_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial t} = -k \frac{\partial T}{\partial x} \quad (15)$$

Appliquant la conservation de l'énergie les auteurs en déduisent l'équation dite de Cattaneo-Vernotte (CV) ou Maxwell-Cattaneo-Vernotte (MCV)

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \tau_\varphi \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} \quad (16)$$

L'équation de Fourier classique correspond à  $\tau_\varphi = 0$ .

Vectoriellement l'équation de la densité de flux peut être écrite sous la forme

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \tau_\varphi \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} \quad (17)$$

Ce qui, à trois dimensions, conduit à

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla^2 T - \tau_\varphi \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} \quad (18)$$

D'autres modèles existent dans la littérature. En 1966, Guyer et Krumhansl (1919-2004) ont résolu l'équation de Boltzmann linéarisée [87] et ont proposé une équation qui, telle qu'elle a été écrite par Fehér et Kovács [88] en 2021 peut s'exprimer, après simplification, sous la forme :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla^2 T - \tau_\varphi \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + \kappa^2 \frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 T) \quad (19)$$

Où  $\kappa$  est un « paramètre de dissipation » lié au libre parcours moyen du porteur

## 6.3. Modèle à deux constantes de temps

L'équation précédente est à rapprocher de celle du modèle nommé DPL (Dual Phase Lag model) proposé par Tsou en 1995 [89] avec deux constantes de temps, l'une pour le gradient de température  $\tau_T$ , l'autre pour la densité de flux  $\tau_\varphi$ . Après un développement en série de Taylor au premier ordre, il obtient

$$\vec{\varphi} + \tau_\varphi \frac{\partial \vec{\varphi}}{\partial t} = -k \vec{\nabla} T + \tau_T \frac{\partial \vec{\varphi}}{\partial t} \quad (20)$$

Ce qui conduit à l'équation

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla^2 T - \tau_\varphi \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + \alpha \tau_T \frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 T) \quad (21)$$

Cette équation se réduit à celle de Cattaneo-Vernotte si  $\tau_T = 0$

Ces derniers modèles ont donné lieu à plusieurs expériences analysées en 2019 par Maillet [90] qui conclut que ces expériences ne peuvent pas être validées à cause de nombreux biais ou **imprécisions**.

#### 6.4. Le caractère hydrodynamique du transport par phonons

En 1963 Sussmann et Thellung [91] ont étudié le caractère hydrodynamique du transport par phonon dans certains cas où le processus Umklapp peut être négligé. Ils trouvent que le gaz de phonons se comporte comme un écoulement de Poiseuille. Un article de revue sur ce sujet a été publié en 2020 par Lee et Li [92].

#### 6.5. La théorie de la thermomasse

Dans cette théorie le transfert thermique est le flux d'un gaz possédant une masse thermique (thermomasse). Les principes de la mécanique des fluides peuvent donc être utilisés pour décrire la conduction thermique dans un milieu [93]. La densité de la thermomasse est obtenue à l'aide de la relation masse/énergie d'Einstein. La résistance au trajet des phonons est assimilée à celle existant dans un écoulement à travers un milieu poreux. Cette théorie n'est pas sans rappeler les théories substantialistes des siècles précédents.

#### 6.6. Équation de transport et méthodes de résolution numérique

Cependant au niveau micro/nanoscopique le transport de l'énergie thermique nécessite de favoriser l'utilisation de la notion de phonon. Mais le transport par phonon est essentiellement multi-échelles. La longueur d'onde de l'onde associée est de l'ordre du nanomètre, celle d'un paquet d'onde est de l'ordre de dizaines de nanomètre tandis que le libre parcours moyen peut être de quelques microns. De nouveaux concepts ont émergés dans le cas des basses dimensionnalités (1D et 2D)

Pour étudier le transport de l'énergie thermique par les phonons deux types d'approches ont été privilégiées. La première consiste à utiliser la dynamique moléculaire (DM), la seconde de résoudre l'ETB. Cette dernière a conduit à de nombreuses études dont on peut trouver une revue dans l'article de Lindsay *et al.* [94].

La dynamique moléculaire voit le jour entre 1957 et 1959 entre les mains de Alder et Wainwright [95]. Une excellente revue est effectuée par McGaughey et Kaviany [96]. Après avoir placé les atomes de masse  $m_i$  à leur position géométrique  $r_i$ , on leur applique la loi de Newton, soit pour l'atome  $i$

$$m_i \frac{d^2 \vec{r}_i}{dt^2} = \vec{F}_i \quad (22)$$

Avec  $\vec{F}_i = -\vec{\nabla} V_i$  où  $V_i$  est la somme de tous les potentiels interatomiques.

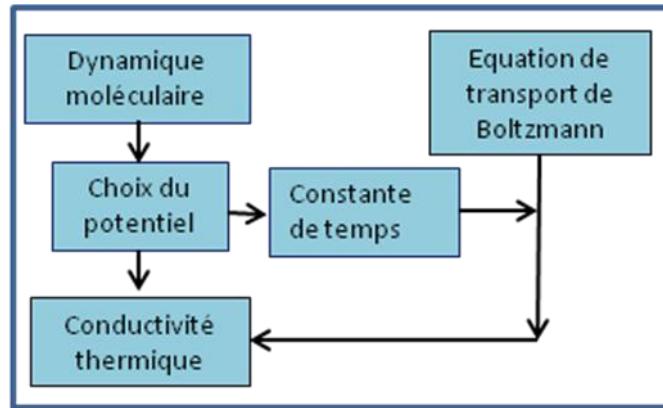
Un des problèmes majeurs est le choix du potentiel. Un des plus utilisés est le potentiel de Lennard-Jones présenté figure 5. La conductivité thermique et le temps de relaxation  $\tau_v$  peuvent être déterminés avec cette méthode.

L'équation de transport de Boltzmann est souvent résolue en faisant l'approximation du temps de relaxation. Reprenant l'ETB donnée équation (6) on met le second membre sous la forme

$$\left( \frac{\partial f}{\partial t} \right) = \frac{f_0 - f}{\tau_v} \quad (23)$$

où  $f_0$  est une fonction de distribution à l'équilibre. Il existe un couplage entre les deux méthodes précédentes en utilisant la constante de temps déterminée avec la dynamique moléculaire pour l'utiliser

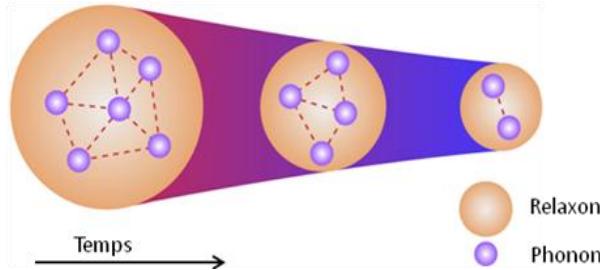
dans l'ETB (figure 10). On note également l'utilisation de méthodes de Monte-Carlo (MC) pour résoudre l'ETB. La méthode de MC a pour avantage que les contributions des régimes balistiques, hydrodynamiques et diffusifs au transport réel des phonons peuvent être élucidées.



**Figure 10.** Couplage entre la dynamique moléculaire et l'équation de transport de Boltzmann

## 6.7. La notion de relaxon

Un nouveau concept a été développé en 2016 par Cepellotti et Marzari [97] dans lequel ces auteurs introduisent un nouveau type de porteurs nommés relaxons formés à partir des phonons qui les composent. Les phonons ressentent l'influence des autres phonons et deviennent dépendant les uns des autres. Ils entrent en collision et se regroupent ou décroissent et génèrent d'autres phonons. L'ETB est réécrite en termes de fonctions de distribution de relaxons et permet de connaître la durée de propagation de la chaleur sur une certaine distance dans un matériau donné ainsi que la longueur de son parcours avant dissipation. Une illustration a été donnée par les auteurs (Figure 11)



**Figure 11.** Evolution des relaxons (D'après [97])

## 6.8. Aspects nanoscopiques. Solides bidimensionnels (2D) et unidimensionnels (1D)

La miniaturisation a permis de réaliser des solides sous forme de membranes d'épaisseur aussi faible que 9 nm. Cela a permis de montrer la diminution de la conductivité avec les dimensions du matériau [79]. Néanmoins, diminuant encore l'épaisseur il a été possible de réaliser des matériaux ayant une seule couche d'atomes dits solides 2D. De nouvelles propriétés semblent alors avoir émergé. En 2008, certaines mesures sur des couches monoatomiques de graphène ont fourni des valeurs de  $4000 \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-1}$  bien supérieures à la valeur du diamant [98], ce dernier étant considéré comme un des meilleurs conducteurs de l'énergie thermique. L'influence du nombre de plans atomiques de graphène a été soulignée par Chapuis [99]. Plusieurs études sont en cours pour valider les valeurs obtenues sur les solides à deux dimensions et pour en donner une interprétation [100].

De même on a réalisé des fils de nombreux matériaux que l'on qualifie de nanofils si leur diamètre est inférieur à 1000 nm. Il a été montré que la conductivité diminue avec le diamètre du fil et qu'à très basse température on pouvait mettre en évidence la transition entre un transport de la chaleur diffusif et un transport balistique [101]

## 7. Conclusion

Dans cette courte rétrospective, on a tenté de donner un aperçu de l'évolution de l'interprétation de la conduction de la chaleur. On a d'abord décrit les approches successives concernant la notion de chaleur en donnant quelques définitions. Après avoir rappelé la définition actuelle du mot chaleur on a suivi le chemin qui a conduit les chercheurs à la répartition en trois modes de transferts thermiques. Parmi ces modes on a choisi de se focaliser sur celui de conduction. Les interprétations sont dépendantes des résultats qui eux-mêmes dépendaient des moyens dont disposaient les chercheurs. Ainsi aux temps anciens les seuls moyens disponibles étaient les sensations du corps humain, le chaud et le froid en particulier. Malgré cette limitation les philosophes-chercheurs ont construit des théories qui ont traversé les siècles. Ces théories peuvent être classées en deux catégories principales, substantialistes et mécanistes. Le combat entre les deux types de théories a duré jusqu'à l'orée du vingtième siècle. L'utilisation de thermomètres a permis un saut qualitatif important, la différentiation de la chaleur et de la température. Les théories substantialistes où la chaleur est identifiée au phlogistique puis au calorique et enfin à un éther hypothétique ont cédé le pas aux théories mécanistes. Ces dernières ont bénéficié de la mécanique statistique puis de la mécanique quantique. Elles ont conduit à la notion de phonon puis aux calculs sur ordinateur. D'autres quasi-particules n'ont pas été citées : polaritons, excitons... et ont donné lieu également à de nombreuses études. Compte tenu de l'évolution rapide de la recherche scientifique et de la technologie ce sujet est en perpétuel développement, il ne peut y avoir de conclusion définitive

## 8. Références

- [1] KAVIANY, Massoud, *Principles of Heat Transfer*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 2002.
- [2] BACHELARD, Gaston, *Étude sur l'évolution d'un problème de physique. La propagation thermique dans les solides*. Librairie philosophique J. Vrin, Paris, 1973.
- [3] DO, Thao Thi Phuong et CHOKCHAI, Yuenyong, Nature of science presented through the history of heat in Vietnamese physics textbooks. Some suggestions for teachers, *Journal of Applied Sciences Research*, 9(4), p. 2575 - 2584, 2013.
- [4] VIAN, Thibault, La place de l'histoire des sciences dans l'enseignement scientifique de 1852 à 1902, *Hal-02610766*, 2020.
- [5] BENSAUDE-VINCENT, Bernadette et LANGEVIN, Paul: L'histoire des sciences comme remède à tout dogmatisme, *Revue d'histoire des sciences*, 58(2) p. 311-328, 2005.
- [6] HALBWACHS, Francis, *Histoire de la chaleur*. Paris. CUIDE 17, 1980.
- [7] AGABRA ; Jacqueline, Transferts thermiques, *Aster, recherches en didactique des sciences expérimentales*, 2, p. 1 – 41. 1986
- [8] VIALLEFONT, Philippe, Dogmatisme et discernement, Le Phlogistique, *Bull. Acad. Sc. Lett. Montpellier*, 52, 2021.
- [9] ASSMAN, Jan, Nommer l'Un dans la théologie Égyptienne, *Revue des sciences religieuses*, 89, p. 137-163, 2015.
- [10] <http://www.artefacts-egyptiens.f1adc.com> -> tefnout
- [11] ROUSSE, Daniel R., AVELINE, Victor, LAMALLE, Thomas, *Histoire de l'énergie*, présentation au Département de génie mécanique, ETS, Université du Québec, 2020.
- [12] HESIODE, *Théogonie* (VIII<sup>ème</sup> – VII<sup>ème</sup> siècle avant JC). Traduction française éd. Rivages, Paris, 2018.
- [13] ODOLANT-DESNOS, Joseph, *Mythologie pittoresque ou histoire méthodique universelle des faux dieux de tous les peuples*, Lavigne, Paris, 1839.
- [14] BARNETT, Martin K., The development of the concept of heat – I, *The Scientific Monthly*, 62, p. 165 – 172, 1946.
- [15] ARISTOTE, *Traité du ciel*, *Περὶ οὐρανοῦ*, traduction Barthélémy Saint-Hilaire Jules, Paris, A. Durand, 1866.
- [16] ARISTOTE, *Météorologiques*, traduction Barthélémy Saint-Hilaire Jules, Paris, A. Durand, 1863.
- [17] PHILIPPE d'OPONTE (ou PLATON ?), *Epinomis*, traduction Cousin Victor, P.-J Rey, Paris, 1840.
- [18] PLATON, *Timée*, dans œuvres de Platon, traduites par Cousin Victor, tome douzième. Rey et Gravier, quai des Augustins, Paris, 1839.

- [19] SOUTIF, Michel, *Naissance et diffusion de la physique*, EDP sciences, Les Ullis, France, 2014.
- [20] WOJNAROWSKI, Richard, *Quelques commentaires au De Rerum Natura de Lucrèce*, Books on demand, 2020.
- [21] MONTSERRAT Jesús M., NAVARRO Luis, The atomistic view of heat in Lucretius, *Centaurus*, 42(1), p. 1 -20, Wiley on line, John Wiley & Sons, Inc., 2000.
- [22] BARNETT, Martin K., The Development of Thermometry and the Temperature Concept, *Osiris*, 12, p. 269 - 341, 1956.
- [23] de CONCHES, Guillaume. *Dragmaticon philosophiae; Summa de philosophia in vulgari*, (~1144) Traduction en Catalan. Editio princeps, Strasbourg, 1567.
- [24] SENECHAL, David, *Histoire des sciences*, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, 2020.
- [25] MORRIS Jr, Robert James, Eighteenth-century theories of the nature of heat. Thèse Ph.D. The University of Oklahoma, 1965.
- [26] MARX, Rose, S., A 13<sup>th</sup> century theory of heat as form of motion, *Isis*, 22(1), p. 19-20, 1934.
- [27] PARTINGTON, James R., *A History of Chemistry*, London, 1961 – 1964.
- [28] SHERWOOD, Taylor, F., The origin of the thermometer, *Annals of Science*, 5, p. 129–156, 1942.
- [29] LEURECHON, Jean, *Récréations Mathématiques*, Claude Prost, Lyon, 1642.
- [30] BOLTON, Carrington, Henry, *Evolution of the thermometer - 1592-1743*, The Chemical Publishing Co, Easton, PA, 1900.
- [31] NEWTON, Isaac, Scala graduum caloris. Calorum descriptiones & signa. *Philosophical transactions of the Royal society of London*, 22, p. 824 - 829, 1700.
- [32] BACON, Francis, *Novum organum*, Traduction Antoine de La Salle, *Œuvres de François Bacon*, L.N. Frantin, Dijon, 1799.
- [33] WILLIAMS, Richard, April 23, 1762: Joseph Black and Latent Heat, *APS news*, 21, 2012.
- [34] LAVOISIER, Antoine-Laurent et de LAPLACE, Pierre-Simon, *Mémoire sur la chaleur*, Mémoires de l'Académie des sciences, 1780.
- [35] NARASIMHAN, T.N., Thermal conductivity through the XIX<sup>th</sup> century, *Physics Today*, 62, p. 36-41, 2010.
- [36] MACH, Ernst, *Die prinzipien der wärmelehre* (1<sup>ère</sup> édition, 1886) Traduction Anglaise *Principles of the theory of heat, historically and critically elucidated*, D. Reidel Publishing Co. from Springer group Dordrecht, Netherlands, 1986.
- [37] GUITARD, Eugène-Humbert. Quelques notes sur l'histoire de la connaissance de la conductibilité thermique : Analyse d' Alex. C. Burr, Notes on the history of the concept of thermal conductivity, in *Isis*, 1933. Dans: *Revue d'histoire de la pharmacie*, 86, p. 306-307, 1934.
- [38] BRUN, Edmond, *Exposé sur la vie et l'œuvre de Jean-Baptiste Biot*, lecture à l'Académie des Sciences, Paris, 1974.
- [39] BIOT, Jean-Baptiste, *Mémoire sur la chaleur*, Bibl. Br. Sci. Arts, 27, 1804.
- [40] FOURIER, Jean-Baptiste Joseph, *Théorie analytique de la chaleur*, Firmin Didot éd., Paris, 1822.
- [41] POISSON, Siméon Denis, *Théorie mathématique de la chaleur*, Bachelier, Paris, 1835
- [42] DUHAMEL, Jean-Marie, Mémoire sur les équations générales de la propagation de la chaleur dans les corps solides dont la conductibilité n'est pas la même dans tous les sens, *Journal de l'École Polytechnique*, XIII, p. 356 – 399, 1832.
- [43] LAME, Gabriel, *Leçons sur la théorie analytique de la chaleur*, Mallet – Bachelier, Paris, 1861.
- [44] LAME, Gabriel, Mémoire sur les lois de l'équilibre de l'éther dans les corps diaphanes, *Annales de chimie et de physique*, 55, p. 322-335, 1833.
- [45] BERNOULLI, Daniel, *Hydrodynamica, sive De viribus et motibus fluidorum commentarii*, Dulsecker, Strasbourg, 1738.
- [46] von MAYER, Julius R., *Sur l'évaluation qualitative et quantitative de la chaleur*, (non publié) 1841
- [47] von MAYER, Julius R., *Bemerkungen über die Kräfte der unbelebten Natur*, (Remarques sur les forces de la Nature inanimée), *Annalen der Chemie und Pharmacie* 43, p. 233 - 240, 1842.
- [48] JOULE, James Prescott, On the Mechanical Equivalent of Heat, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 140, p. 61-82. 1850

- [49] DUHEM, Pierre, *Histoire de la physique*, (1911) texte édité par Souad Ben Ali et Jean- François Stoffel, Université de Tunis, 2017.
- [50] CLAUSIUS, Rudolph, *Abhandlungen über die mechanische Wärmetheorie* (1864 - 1867), Théorie mécanique de la chaleur, 2 vol., Traduction française par François Folie, Eugène Lacroix, Paris, 1868 - 1869.
- [51] THOMSON, William, On the Dynamical Theory of Heat. Part V. On the Quantities of Mechanical Energy contained in a Fluid in Different States as to Temperature and Density, *Trans. Royal Soc. Edinburgh*, 20, p. 475 – 482, 1853.
- [52] MAXWELL, James Clerk, On the dynamical theory of gases, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 157, p. 49-88, 1867.
- [53] MAXWELL James Clerk, *Theory of heat*, Longmans, Green & Co, London, 1871.
- [54] BOLTZMANN, Ludwig, Weitere Studien über das Wärmegleichgewicht unter Gas-Molekülen, *Wiener Berichte*, (traduction anglaise par Kainan University). 66, p. 275-369, 1872.
- [55] BOLTZMANN, Ludwig. (Traduction A. Gallotti, préf. M. Brillouin), *Leçons sur la théorie des gaz*, Sceaux, J. Gabay, coll. « Grands classiques Gauthier-Villars », 1987, (1<sup>re</sup> éd. 1902).
- [56] LANGLEBERT, J., *Physique*, Delelain frères, Paris, 1894.
- [57] BOUSSINESQ, Joseph, *Théorie analytique de la Chaleur mise en harmonie avec la Thermodynamique et avec la théorie mécanique de la lumière*. Gauthier – Villard, Paris, 1901.
- [58] KOSTRO, Ludwik, *The physical meaning of Albert Einstein's relativistic ether concept*, dans *Frontiers of Fundamental Physics*. Edited by M. Barone and F. Selleri, Plenum Press, New York. 1994.
- [59] PETIT, Alexis et DULONG, Pierre, Recherches sur quelques points importants de la théorie de la chaleur, *Annales de chimie et de physique*, 10, p. 395–413, 1819.
- [60] PLANCK, Max. Ueber das Gesetz der Energieverteilung im Normalspectrum, *Annalen der Physik*, 4, p. 553 - 563, 1901.
- [61] EINSTEIN, Albert, Die Plancksche Theorie der Strahlung und die Theorie der spezifischen Wärme, *Annalen der Physik*, 22, p. 180 - 190, 1907.
- [62] DEBYE, Peter, Zur Theorie der spezifischen Wärmen, *Annalen der Physik* 39(4), p. 789-939, 1912.
- [63] ZAOUI, Hayat, Conduction thermique à la nanoéchelle dans le silicium : simulation par dynamique moléculaire d'approche à l'équilibre, Thèse Université de Lille, 2017.
- [64] DRUDE, Paul, Zur Elektronentheorie. I, 1, p. 566–613; Zur Elektronentheorie. II, , *Annalen der Physik*, 3, p. 369–402 1900.
- [65] BORN, Max. et von KARMAN, Theodore. Über Schwingungen im Raumgittern. *Physikalische Zeitschrift*, 13, p. 297-309, 1913.
- [66] BRILLOUIN, Léon, Les électrons dans les métaux et le classement des ondes de de Broglie correspondantes, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, p. 191-198, 1930.
- [67] PEIERLS, Rudolf E., Zur Kinetischen Theorie der Wärmeleitung in Kristallen, *Annalen der Physik*, 395, p. 1055-1101, 1929. Version anglaise : On the Kinetic Theory of Thermal Conduction in Crystals, dans R. H. Dalitz and R. E. Peierls (ed.), *Selected Scientific Papers of Sir Rudolf Peierls with Commentary*, 19, World Scientific Publishing Co., Singapore, 1997.
- [68] FRENKEL, Yakov, *Wave mechanics*, Tisomo. Phys., Oxford University Press, 1936.
- [69] de BROGLIE, Louis, Recherches sur la théorie des quanta (Thèse), *Annales de Physique* - 10<sup>e</sup> Série -Tome III - Janvier-Février 1925.
- [70] BLOCH, Felix, Zur Theorie des Ferromagnetismus, *Zeitschrift für Physik*, 61 (3–4) p. 206–219, 1930.
- [71] CLAUSIUS, Rudolph, Ueber die Art der Bewegung, welche Wärmenennen, *Poggendorff Annalen* 100, p. 353 - 380, 1857. et *Poggendorff Annalen* 105, p. 239-257, 1858.
- [72] ZIMAN, John M., *Electrons and phonons : The theory of transport phenomena in solids*, Clarendon Press, Oxford (1960)
- [73] MATTHIESSEN, Augustus, Report of the British Association for the Advancement of Science, 32, p.144, 1862,
- [74] SOMMERFELD, Arnold, Zur Elektronentheorie der Metalle auf Grund der Fermischen Statistik. *Z. Physik* 47, 1–32, 1928

- [75] TAVERNIER, J. Sur quelques problèmes généraux de la conduction thermique de réseau dans les solides, *J. Physique*, Colloque C1, 28, p.1-40, 1967
- [76] de HAAS, Wander J. et BIERMASZ, Th., Commun. Kamerlingh Onnes Lab., Leiden 251b; *Physica*, 's-Gray. 5, 320, 1938.
- [77] CASIMIR, Hendrik, Note of the conduction of heat in crystals, *Physica* 5, Communication from the Kamerlingh Onnes Laboratory Suppl. 85b, 1938
- [78] KNUDSEN, Martin. Die Gesetze der Molekularströmung und der inneren Reibungsströmung der Gase durch Röhren. *Annalen der Physik*, 333(15), p. 75-130, 1909.
- [79] GILL-COMEAU, Maxime, Simulation et analyse modale du transport de chaleur dans les réseaux à dimensionnalité réduite, Thèse Université de Montréal, 2017.
- [80] CHAPUIS, Pierre-Olivier, WANG, Yunxin, et DJATI, Nabil, Transfert thermique conductif balistique-diffusif. Congrès Français de Thermique 2014, Jun 2014, Lyon, France. hal-01052496
- [81] ASHEGHI, M., KURABAYASHI, K., KASNAVI, R., et GOODSON, K. E., Thermal conduction in doped single-crystal silicon films, *J. Applied Phys.*, 91(8) p. 5079 – 5088, 2002
- [82] KOVÁCS, Robert, Heat equations beyond Fourier: From heat waves to thermal metamaterials, *Physics reports*, 1048, p.1-75, 2024.
- [83] JOU, David et CIMMELLI, Vito Antonio, Constitutive equations for heat conduction in nanosystems and nonequilibrium processes: an overview, *Commun. Appl. Ind. Math.* 7 (2), p.196–222, 2016.
- [84] CATTANEO, Carlo. Sulla Conduzione Del Calore, Dans *Atti del seminario matematico e fisico della Università di Modena*, 3, p. 3-21, 1948.
- [85] VERNOTTE, Pierre. Les paradoxes de la théorie continue de l'équation de la chaleur, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 246, p. 3154-3155, 1958.
- [86] CATTANEO, Carlo. Sur une forme de l'équation de la chaleur éliminant le paradoxe d'une propagation instantanée, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences (Série I)*, 247, p. 431-433, 1958.
- [87] GUYER, Robert et KRUMHANSL James. Solution of the Linearized Phonon Boltzmann Equation, *Phys Rev.* 148 (2), p. 766 - 778, 1966.
- [88] FEHÉR, A. et KOVÁCS, R. On the evaluation of non-Fourier effects in heat pulse experiments *International Journal of Engineering Science* 169, 103577 (p. 1-14), 2021.
- [89] TZOU, David Y. A Unified Field Approach for Heat Conduction from Macro- to Micro-Scales. *Journal of Heat Transfer*, 117(1), p. 8 - 16, 1995.
- [90] MAILLET, Denis. A review of the models using the Cattaneo and Vernotte hyperbolic heat equation and their experimental validation, *Int. Journal Thermal Sciences*, 139, p. 424 -432, 2019.
- [91] SUSSMANN, J. A., et THELLUNG, A., Thermal Conductivity of Perfect Dielectric Crystals in the Absence of Umklapp Processes *Proc. Phys. Soc.* 81 p. 1122-1130, 1963.
- [92] LEE, Sangyeop et LI, Xun, « Hydrodynamic phonon transport: past, present and prospects » dans *Nanoscale Energy Transport: Emerging phenomena, methods and applications*, IOPscience, 2020.
- [93] CAO, B.Y., et GUO, Z.Y. Equation of motion of a phonon gas and non-Fourier heat conduction. *J. Appl. Phys.*, 102, 053503 (p.1-6), 2007.
- [94] LINDSAY, Lucas, HUA , C., RUAN, X.L., LEE S., Survey of ab initio phonon thermal transport, *Materials Today Physics* 7 p. 106-120, 2018.
- [95] ALDER, Berni J. et WAINWRIGHT, Tom E., Molecular Dynamics by Electronic Computers. Dans: Prigogine, I., Ed., *International Symposium on Transport Processes in Statistical Mechanics*, p. 97-131, John Wiley Int., New York, 1957.
- [96] MCGAUGHEY, A.J.H. et KAVIANY, M., Phonon Transport in Molecular Dynamics Simulations: Formulation and Thermal Conductivity Prediction, *Advances in Heat Transfer*, 39, p. 169 – 255, 2006.
- [97] CEPELLOTTI, Andrea et MARZARI, Nicola , Thermal Transport in Crystals as a Kinetic Theory of Relaxons, *Physical Review X*, 6, 041013 (p.1-14), 2016.
- [98] BALANDIN, Alexander A., GHOSH, Suchismita, BAO, Wenzhong, CALIZO, Irene, TEWELDEBRHAN, Desalegne, MIAO, Feng et LAU Chun Ning. Superior Thermal Conductivity of Single-Layer Graphene, *Nanoletters*, 8 (3), p. 902-907, 2008.

- [99] CHAPUIS, P.O. et LEFÈVRE, S., Nouvelles frontières de la thermique, Micro et nanothermique, Société Française de Thermique, 2014.
- [100] CAHILL, David G., BRAUN, Paul, V., CHEN Gang, CLARKE, David R., SHANHUI Fan, GOODSON, Kenneth E., KEBLINSKI, Paweł, KING, William P., MAHAN, Gerald D., MAJUMDAR, Arun, MARIS, Humphrey J., PHILLPOT, Simon R., POP, Eric, et SHI Li. Nanoscale thermal transport. II. 2003–2012, *Applied Physics Reviews* 1, 011305 (p.1-45), 2014.
- [101] MAIRE, J., ANUFRIEV, R., & NOMURA, M. Ballistic thermal transport in silicon nanowires. *Scientific Reports*, 7(1), 41794 (p.1-8), 2017.