

Modélisation mathématique et simulation numérique du fluide viscoélastique entre deux cylindres excentriques - Cas du palier lisses

Mathematical Modeling and Numerical Simulation of Viscoelastic Flow between two Eccentric Cylinders - Case of Journal Bearing

M. Guemmadi^{1,2}, F. Brahim^{1,3}, A. Ouibrahim²

¹ Département de génie mécanique, Faculté de technologie, Université de Boumerdes, Algérie

² Laboratoire d'Energétique Mécanique et Matériaux-Université de Tizi-Ouzou, Algérie

³ Laboratoire de Dynamique des Moteurs et Vibro-acoustique- Université de Boumerdes, Algérie

e-mail: m.guemmadi@univ-boumerdes.dz

RÉSUMÉ. La résolution analytique des systèmes d'équations de film mince est fort que possible compte tenue de la complexité des équations. Ceci nous mène alors à la nécessité d'utiliser la résolution numérique pour de tels systèmes.

Dans cet article, nous présentons une étude numérique comparative de la lubrification hydrodynamique par un fluide Newtonien et un fluide de Maxwell sur convecté à faible temps de relaxation, à la fois pour comparer et valider les codes de calcul développés en C++ dans le domaine de la lubrification hydrodynamique des paliers lisses. Ensuite, l'influence des caractéristiques cinématiques (vitesse de rotation de l'arbre) et géométriques (excentricité du palier) sur les champs de pression, de contraintes et sur la force hydrodynamique a été étudiée.

Les résultats obtenus, montrent que la force hydrodynamique est plus importante dans le cas d'un lubrifiant de type UCM que celle d'un fluide Newtonien. Il est donc plus intéressant d'utiliser un lubrifiant UCM qu'un lubrifiant Newtonien.

ABSTRACT. The analytical resolution of general equations of thin film for a viscoelastic fluid described by an Upper Convected Maxwell model is as high as possible given the complexity of the equations. This then leads us to the need to use numerical resolution for such systems.

In this paper, we present a comparative numerical study of the hydrodynamic lubrication by a Newtonian fluid and an Upper Convected Maxwell fluid at low relaxation time, both to compare and validate the computer codes developed in C++ in the field of hydrodynamic lubrication of plain bearing. Then, we present a study of the influence of the kinematic (shaft rotational speed) and geometrical characteristics (eccentricity of the bearing) on the pressure fields, stresses and the hydrodynamic force.

The results obtained, show that the hydrodynamic force is more important in the case of a lubricant of type UCM than that of a Newtonian fluid. It is therefore more interesting to use a UCM lubricant than a Newtonian lubricant.

MOTS-CLÉS. Paliers lisses; Lubrifiant viscoélastique; modèle UCM; CFD; Pression.

KEYWORDS. Plain Bearing; Viscoelastic lubricant; UCM model; Computational Fluid Dynamic; pressure.

Introduction

L'étude des fluides viscoélastiques continue de susciter un intérêt scientifique indéniable. En effet, ces fluides complexes sont présents dans de nombreux processus industriels, dans les domaines aussi variés que l'agroalimentaire, la métallurgie, le médical, la plasturgie, l'industrie pétrolière, la lubrification hydrodynamique des paliers lisses, pour n'en citer que quelques exemples.

Durant les dernières années, la rapidité des calculateurs a été multipliée par plus de 10^4 . La vitesse d'exécution des opérations élémentaires se compte maintenant en dizaines de millions d'opérations à la seconde. Les capacités de stockage ont gagné 7 ordres de grandeur au moins. Aujourd'hui, toutes ces performances doublent tous les ans. Pour le monde scientifique, celui de la recherche fondamentale et de l'industrie, les calculateurs et le développement de techniques de programmation spécifiques (comme la programmation parallèle) sont devenus des outils

incontournables à la connaissance et ouvrent de nouveaux horizons pour la modélisation, la compréhension et la mise au point des phénomènes complexes.

Beaucoup de fluides d'importance industrielle sont de type non Newtonien. À la différence des fluides Newtoniens, les fluides non Newtoniens présentent des effets qui ne peuvent pas être décrits par les équations de Navier- Stokes. Ces fluides non-Newtoniens sont caractérisés par diverses propriétés, non Newtoniens mais purement visqueux tel que, la viscosité dépendant du taux de cisaillement, ou encore plus complexe; par des fluides viscoélastiques (résistance élevée de la déformation élongationnelle, présence des contraintes normales en écoulement viscosymétriques, voire, des effets de mémoire inhérents à leurs propriétés élastiques). C'est dans une telle perspective que s'inscrit par ailleurs le travail effectué dans cette étude. Nous nous proposons ainsi dans ce travail, d'étudier un fluide viscoélastique relatif au modèle de Maxwell généralisé (UCM) en lubrification hydrodynamique des paliers lisses en tenant compte des effets des paramètres cinématiques et géométriques sur le champ de pression et sur la charge hydrodynamique.

2. Formulation du problème

Le modèle physique est un palier lisse, constitué essentiellement d'un coussinet lisse, en acier de rayon intérieur R_c , à l'intérieur duquel tourne l'arbre de rayon R_a , qui est généralement en acier. Un palier lisse peut être schématisé par deux cercles excentriques (figure.1) et caractérisé par trois grandeurs: le jeu radial $C=R_c-R_a$, le jeu relatif R/C et le rapport L/D de la longueur au diamètre du palier. Considérons une section du palier, un point M appartenant à la surface du coussinet sera repéré par les coordonnées cylindriques. Les points O_a et O_c représentent respectivement les centres de l'arbre et du coussinet. Deux paramètres sont nécessaires pour positionner O_a par rapport à O_c . On utilise habituellement la distance $\|O_c O_a\|$ appelée excentricité e et l'angle que fait la direction de la charge \vec{W} avec la ligne des centres $\overline{O_c O_a}$ appelé angle de charge ϕ [FRE 90].

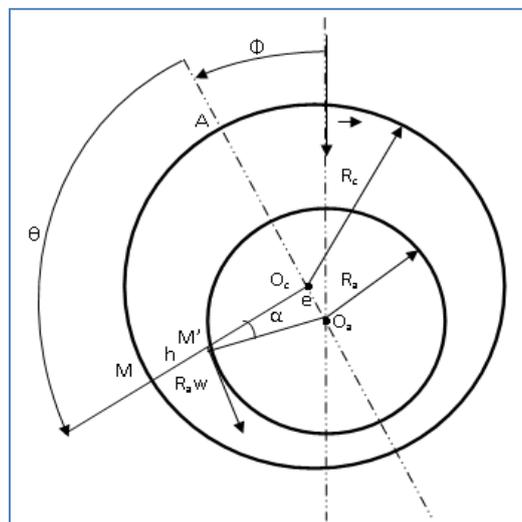


Figure 1. Section droite du palier

Soit le point A appartenant à la surface du coussinet et situé sur la ligne $\overline{O_c O_a}$.

L'angle θ est donnée par : $\theta = \left(\overline{O_c A}, \overline{O_c M} \right)$

L'épaisseur du film d'huile est donnée par :

$$h = O_c M - O_c M'$$

$$h = R_c - O_c M'$$

Tenant compte de l'expression du jeu radial C on abouti à :

$$h = C + R_a - O_c M'$$

En appliquant la règle des sinus au triangle $O_c M' O_a$ on obtient :

$$O_c M' = R_a \sqrt{1 - \left(\frac{e}{R_a} \sin \theta\right)^2} - e \cos \theta$$

La quantité e/R_a est très petite devant l'unité on peut donc écrire que $\left(\frac{e}{R_a} \sin \theta\right)^2 \ll 1$

Il vient alors

$$O_c M' = R_a - e \cos \theta$$

$$O_c M' = R_c - C \left(1 + \frac{e}{C} \cos \theta\right)$$

D'où :

$$h = C \left(1 + \frac{e}{C} \cos \theta\right)$$

Soit l'excentricité relative $\varepsilon = \frac{e}{C}$

Donc on peut écrire l'épaisseur du film lubrifiant sous la forme suivante :

$$h = C(1 + \varepsilon \cos \theta) \quad [1]$$

Avec ε variant de 0 à 1.

3. Équations générales de la mécanique des films minces

Les équations générales de la mécanique des films minces permettent, compte tenu de conditions géométriques et cinématiques, de déterminer les caractéristiques d'un écoulement en film mince et en particulier sa portance. Elles sont déduites des équations de la mécanique des milieux continus, appliquées à un fluide non Newtonien et qui peuvent s'écrire sous les formes suivantes [GUE 19]:

3.1. Loi de comportement

Le fluide viscoélastique considéré est un fluide de Maxwell sur convecté, sa loi de comportement est donnée par :

$$\overline{\tau} + \lambda \frac{D_\alpha \overline{\tau}}{Dt} = 2\mu \overline{D} \quad [2]$$

Où :

τ_{ij} : est le tenseur de contraintes.

λ : est le temps de relaxation.

\overline{D} : est le tenseur de déformation.

$\frac{D_\alpha \overline{\tau}}{Dt}$ est la dérivée convective du tenseur des contraintes, donnée par l'expression suivante :

$$\frac{D_\alpha \overline{\tau}}{Dt} = \frac{D\overline{\tau}}{Dt} - \frac{\alpha - 1}{2} \left[\left(\overline{\nabla V} \right)^T \overline{\tau} + \overline{\tau} \left(\overline{\nabla V} \right) \right] - \frac{\alpha + 1}{2} \left[\left(\overline{\nabla V} \right) \overline{\tau} + \overline{\tau} \left(\overline{\nabla V} \right)^T \right] \quad [3]$$

Pour $\alpha = 1$, la dérivée est dite sur-convectée, d'où :

$$\frac{D\overline{\tau}}{Dt} = \frac{D\overline{\tau}}{Dt} - \left[\left(\overline{\nabla V} \right) \overline{\tau} + \overline{\tau} \left(\overline{\nabla V} \right)^T \right] \quad [4]$$

3.2. Equation de continuité

L'équation de continuité est donnée par :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \rho \vec{V} = 0 \quad [5]$$

3.3. Equation de quantité de mouvement

L'équation de conservation de la quantité de mouvement s'écrit :

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = \text{div} \overline{\overline{\sigma}} + \vec{f} \quad [6]$$

avec $\overline{\overline{\sigma}}$: le tenseur des contraintes donné par l'expression suivante :

$$\overline{\overline{\sigma}} = -pI + \overline{\overline{\tau}} \quad [7]$$

Dans le cas d'un fluide Newtonien, le tenseur des contraintes visqueuses est donné par l'expression suivante :

$$\overline{\overline{\tau}} = 2\mu \overline{\overline{D}} \quad [8]$$

Dans le cas d'un fluide non Newtonien de type de Maxwell, l'expression de tenseur des contraintes est donnée par la formule (2) :

On peut écrire l'équation de conservation de la quantité de mouvement comme suit :

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\vec{\nabla} p + (\vec{\nabla} \cdot \overline{\overline{\tau}}) + \rho \vec{g} \quad [9]$$

4. Développement des équations

Réécrire les équations (2), (5) et (9) dans un espace annulaire entre deux cylindres excentriques en utilisant les coordonnées cartésiennes (Fig 2) et les hypothèses suivantes.

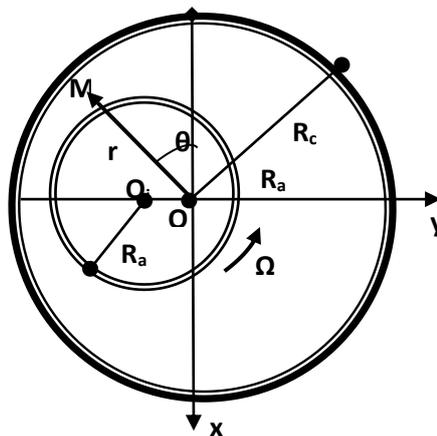


Figure 2. Schéma de l'écoulement d'un fluide

Les hypothèses considérées dans ce cas sont [FRE 90],[GUE 19]:

- Le milieu est continu ;
- Le fluide est non newtonien ;
- L'écoulement est laminaire ;
- Le régime d'écoulement est permanent ;

- Le fluide est incompressible ;
- Les forces massiques extérieures sont négligeables ;
- Il n’y a pas de glissement entre le fluide et les parois du contact ;
- L’épaisseur de film est très faible devant les autres dimensions du contact ;
- Le palier est infiniment long, (cette hypothèse permet de négliger l’effet axial de pression, l’écoulement devient alors purement circonférentiel et bidimensionnel).

Tenant compte des hypothèses citées précédemment et après projection dans le système d’axes (x,y) , les équations de continuité, de quantité de mouvement et d’équation constitutive sont écrites dans les formes qui suivent.

4.1. Équation de continuité

La projection de l’équation de continuité donne : $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$ [10]

4.2. Equations constitutives

La loi de comportement est donnée par l’expression suivante

$$\bar{\tau} + \lambda \left[\frac{D\bar{\tau}}{Dt} - (\bar{\nabla}\bar{V})\bar{\tau} - \bar{\tau}(\bar{\nabla}\bar{V}) \right] = 2\mu\bar{D}$$
 [11]

Avec :

$(\bar{\nabla}\bar{V})\bar{\tau}$ et $\bar{\tau}(\bar{\nabla}\bar{V})$ sont données respectivement par les deux expressions suivantes

$$(\bar{\nabla}\bar{V})\bar{\tau} = \begin{bmatrix} L_{xx} & L_{xy} \\ L_{yx} & L_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} \end{bmatrix}$$
 [12]

$$\bar{\tau}(\bar{\nabla}\bar{V}) = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{xx} & L_{xy} \\ L_{yx} & L_{yy} \end{bmatrix}$$
 [13]

$$\text{Avec } \begin{bmatrix} L_{xx} & L_{xy} \\ L_{yx} & L_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix}$$
 [14]

Ou encore

$$(\bar{\nabla}\bar{V})\bar{\tau} = \begin{bmatrix} L_{xx}\tau_{xx} + L_{xy}\tau_{xy} & L_{xx}\tau_{xy} + L_{xy}\tau_{yy} \\ L_{yx}\tau_{xx} + L_{yy}\tau_{xy} & L_{yx}\tau_{xy} + L_{yy}\tau_{yy} \end{bmatrix}$$
 [15]

$$\bar{\tau}(\bar{\nabla}\bar{V}) = \begin{bmatrix} L_{xx}\tau_{xx} + L_{xy}\tau_{xy} & L_{yx}\tau_{xx} + L_{yy}\tau_{xy} \\ L_{xx}\tau_{xy} + L_{xy}\tau_{yy} & L_{yx}\tau_{xy} + L_{yy}\tau_{yy} \end{bmatrix}$$
 [16]

Le tenseur des taux de déformation est donné par l’expression suivante :

$$\bar{D} = \frac{1}{2} \left[(\bar{\nabla}\bar{V}) + (\bar{\nabla}\bar{V})^T \right]$$
 [17]

En développant cette dernière expression on obtient :

$$\bar{D} = \begin{bmatrix} D_{xx} & D_{xy} \\ D_{yx} & D_{yy} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2\frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} & 2\frac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix}$$
 [18]

Donc les équations constitutives sont les suivantes :

$$\tau_{xx} + \lambda \left\{ \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial t} + u \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + v \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial y} \right) - 2(L_{xx}\tau_{xx} + L_{yy}\tau_{yy}) \right\} = 2\mu D_{xx} \quad [19]$$

$$\tau_{yy} + \lambda \left\{ \left(\frac{\partial \tau_{yy}}{\partial t} + u \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial x} + v \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \right) - 2(L_{xx}\tau_{xx} + L_{yy}\tau_{yy}) \right\} = 2\mu D_{yy} \quad [20]$$

$$\tau_{xy} + \lambda \left\{ \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial t} + u \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + v \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \right) - (L_{xx}\tau_{xy} + L_{yy}\tau_{yy}) - (L_{yy}\tau_{xx} + L_{xx}\tau_{xy}) \right\} = 2\mu D_{xy} \quad [21]$$

En remplaçant les composantes du tenseur des taux de déformation par leurs expressions on obtient :

$$\tau_{xx} + \lambda \left\{ \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial t} + u \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + v \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial y} \right) - 2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \tau_{xx} + \frac{\partial u}{\partial y} \tau_{xy} \right) \right\} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \quad [22]$$

$$\tau_{yy} + \lambda \left\{ \left(\frac{\partial \tau_{yy}}{\partial t} + u \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial x} + v \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \right) - 2 \left(\frac{\partial v}{\partial x} \tau_{xy} + \frac{\partial v}{\partial y} \tau_{yy} \right) \right\} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \quad [23]$$

$$\tau_{xy} + \lambda \left\{ \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial t} + u \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + v \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \right) - \left(\frac{\partial u}{\partial x} \tau_{xy} + \frac{\partial u}{\partial y} \tau_{yy} \right) - \left(\frac{\partial v}{\partial x} \tau_{xx} + \frac{\partial v}{\partial y} \tau_{xy} \right) \right\} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad [24]$$

L'écoulement étant permanent et le fluide est incompressible donc :

$$\tau_{xx} + \lambda \left(u \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + v \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial y} \right) - 2\lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} \tau_{xx} + \frac{\partial u}{\partial y} \tau_{xy} \right) = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \quad [25]$$

$$\tau_{yy} + \lambda \left(u \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial x} + v \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \right) - 2\lambda \left(\frac{\partial v}{\partial x} \tau_{xy} + \frac{\partial v}{\partial y} \tau_{yy} \right) = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \quad [26]$$

$$\tau_{xy} + \lambda \left(u \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + v \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \right) - \lambda \left(\frac{\partial v}{\partial x} \tau_{xx} + \frac{\partial u}{\partial y} \tau_{yy} \right) = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad [27]$$

4.3. Equations de quantité de mouvement

L'écoulement étant bidimensionnel, permanent, incompressible et les forces massiques f_i négligeables, on obtient à partir de l'équation (9).

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \quad [28]$$

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \quad [29]$$

5. Procédure numérique

La résolution analytique des équations (10, 25-29) est aussi forte que possible étant donné la complexité des équations. Cela nous mène à la nécessité d'utiliser la résolution numérique pour de telles équations. Plusieurs travaux ont été réalisés pour traiter le problème de la lubrification hydrodynamique par des fluides Newtoniens et par des fluides complexes [DAV 72], [ROB 92], [RON 05], [OUI 96], [GUE 11] et [GUE 19]. La résolution est généralement analytique pour les fluides Newtoniens [FRE 90], [OUI 96] et numérique pour les fluides non Newtoniens en utilisant des méthodes numériques telles que les différences finies, les volumes finis, ou la méthode des éléments finis [8, 9, GUE 19]. Ces dernières années, l'utilisation de logiciels commerciaux a occupé une place importante dans le domaine de la lubrification des paliers hydrodynamiques par des fluides complexes ; parmi eux, on peut citer POLYFLOU, CFX, et FLUENT. Ceci constitue l'objectif de l'étude suivante, où Fluent est le logiciel que nous utiliserons, complété par des sous-programmes développés en C++ et intégrés sous Fluent sous forme d'UDFs et UDSs.

La forme conservatrice pour toutes les équations de transport de l'écoulement peut s'écrire [GUE 19]:

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\phi\vec{u}) = \text{div}(\Gamma\overrightarrow{\text{grad}\phi}) + S_\phi \quad [30]$$

Soit : $\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t}$: Taux d'augmentation de ϕ dans l'élément fluide.

$\text{div}(\rho\phi\vec{u})$: Taux net de ϕ en sortie de l'élément fluide.

$\text{div}(\Gamma\overrightarrow{\text{grad}\phi})$: Taux d'augmentation de ϕ dû à la diffusion.

S_ϕ : Taux d'augmentation de ϕ dû à la source.

Le tableau suivant représente les différents termes de l'équation de continuité, équation de quantité de mouvement et loi de comportement.

Equations de Continuité	$\text{div}(\vec{u}) = S_M$	$S_M = 0$
Equation de Quantité de mouvement suivant x	$\text{div}(\rho u \vec{u}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \text{div}(\mu \overrightarrow{\text{grad}u}) + S_{M_x}$ $\mu = 0$	$S_{M_x} = \left[\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \right]$
Equation de Quantité de mouvement suivant y	$\text{div}(\rho v \vec{u}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \text{div}(\mu \overrightarrow{\text{grad}v}) + S_{M_y}$ $\mu = 0$	$S_{M_y} = \left[\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \right]$
Contrainte τ_{xx}	$\text{div}(\rho \tau_{xx} \vec{u}) = \text{div}(\Gamma \overrightarrow{\text{grad}\tau_{xx}}) + S_{\tau_{xx}}$ $\Gamma = 0$	$S_{\tau_{xx}} = \rho \left(\frac{-1}{\lambda} + 2 \frac{\partial u}{\partial x} \right) \tau_{xx} + \rho \left(2 \frac{\partial u}{\partial y} \tau_{xy} \right) + \rho \left(\frac{\mu}{\lambda} \frac{\partial u}{\partial x} \right)$ $\mu = \mu_p$
Contrainte τ_{yy}	$\text{div}(\rho \tau_{yy} \vec{u}) = \text{div}(\Gamma \overrightarrow{\text{grad}\tau_{yy}}) + S_{\tau_{yy}}$ $\Gamma = 0$	$S_{\tau_{yy}} = \rho \left(\frac{-1}{\lambda} + 2 \frac{\partial v}{\partial y} \right) \tau_{yy} + \rho \left(2 \frac{\partial v}{\partial x} \tau_{xy} \right) + \rho \left(\frac{\mu}{\lambda} \frac{\partial v}{\partial y} \right)$ $\mu = \mu_p$
Contrainte τ_{xy}	$\text{div}(\rho \tau_{xy} \vec{u}) = \text{div}(\Gamma \overrightarrow{\text{grad}\tau_{xy}}) + S_{\tau_{xy}}$ $\Gamma = 0$	$S_{\tau_{xy}} = \rho \left(\frac{\partial v}{\partial x} \tau_{xx} + \frac{\partial u}{\partial y} \tau_{yy} \right) + \rho \frac{\mu}{\lambda} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \frac{\rho}{\lambda} \tau_{xy}$ $\mu = \mu_p$

6. Résultats numériques et discussion

Le préprocesseur utilisé pour générer le maillage est le Gambit. La particularité du problème étudié (l'entrefier est de très petites dimensions comparées au diamètre du palier) nécessite la division du domaine en trois zones ; en utilisant le maillage bi-exponentiel pour un très petit gap (jeu radial) et un maillage exponentiel pour les deux autres zones [GUE 19].

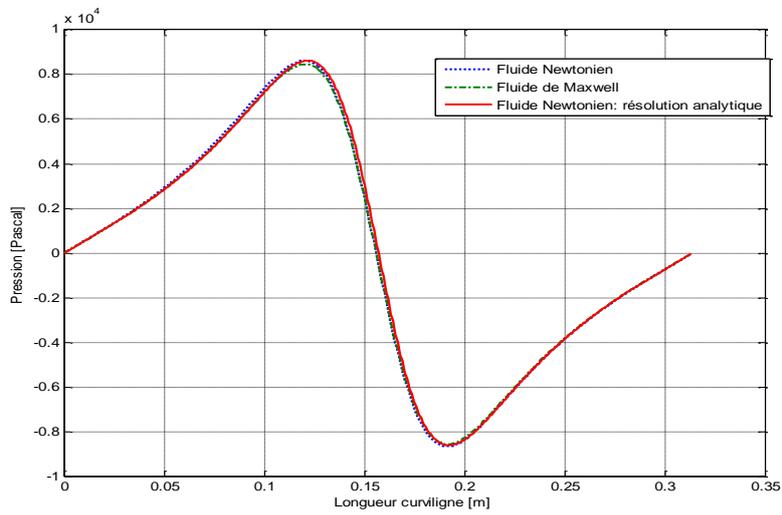


Figure 3. Comparaison de la distribution de la Pression le long de la surface de l'arbre entre un fluide Newtonien et le fluide de Maxwell : ($\mu=0.3 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, $\varepsilon=0.6$, $\omega=20 \text{ rad/s}$, $\lambda=1.2 \times 10^{-6} \text{ s}$)

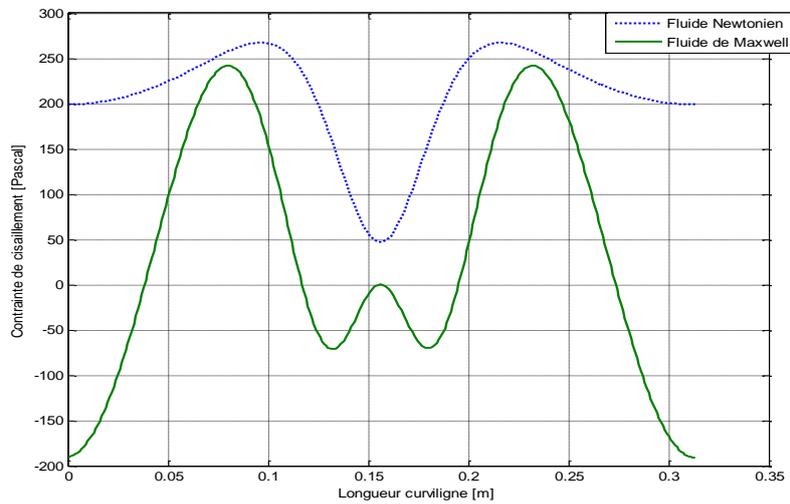


Figure 4. Comparaison de la distribution de la contrainte de cisaillement le long de la surface de l'arbre entre un fluide Newtonien et le fluide de Maxwell : ($\mu=0.3 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, $\varepsilon=0.6$, $\omega=20 \text{ rad/s}$, $\lambda=1.2 \times 10^{-6} \text{ s}$)

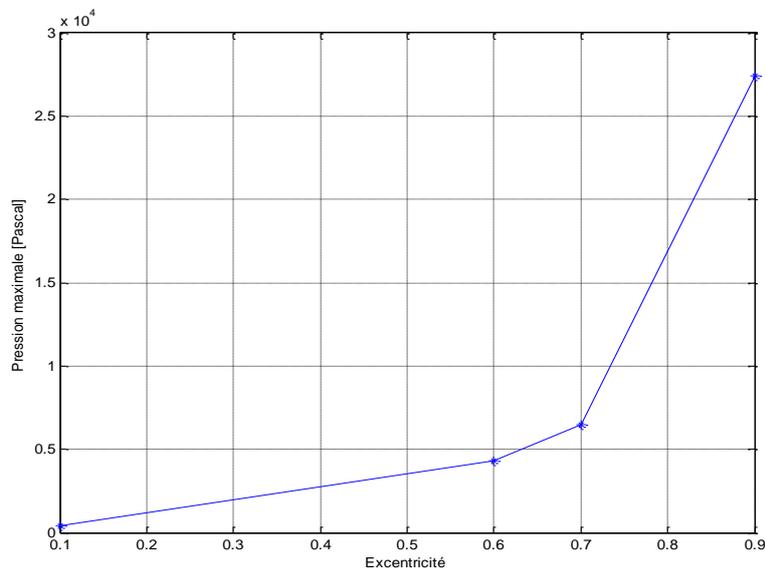


Figure 5. Evolution de la pression maximale le long de la surface de l'arbre en fonction de l'excentricité ε ($\mu=0.3\text{Pa}\cdot\text{s}$, $\lambda=1.2\cdot 10^{-4}\text{s}$, $\omega=20\text{rad/s}$)

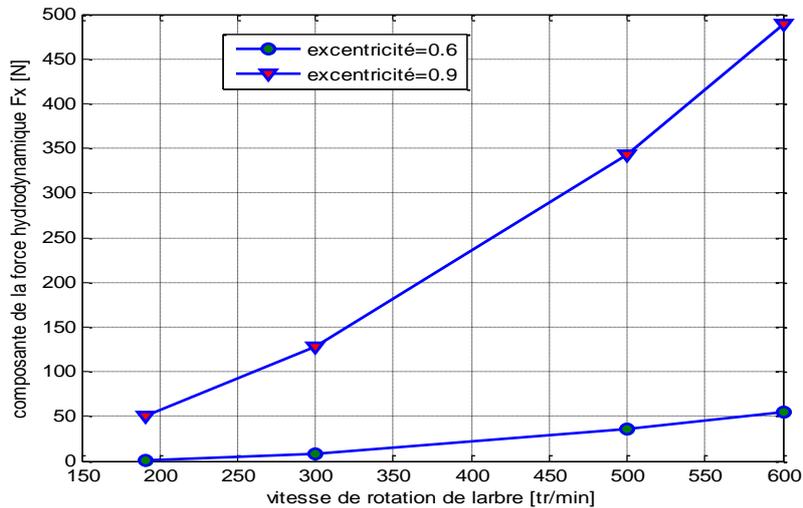


Figure 6. Evolution de la composante de la force hydrodynamique en fonction de la vitesse de rotation de l'arbre pour deux valeurs de l'excentricité dans le cas d'un fluide de Maxwell ($\mu=0.3\text{ Pa}\cdot\text{s}$, $\lambda=1.2\times 10^{-4}\text{ s}$)

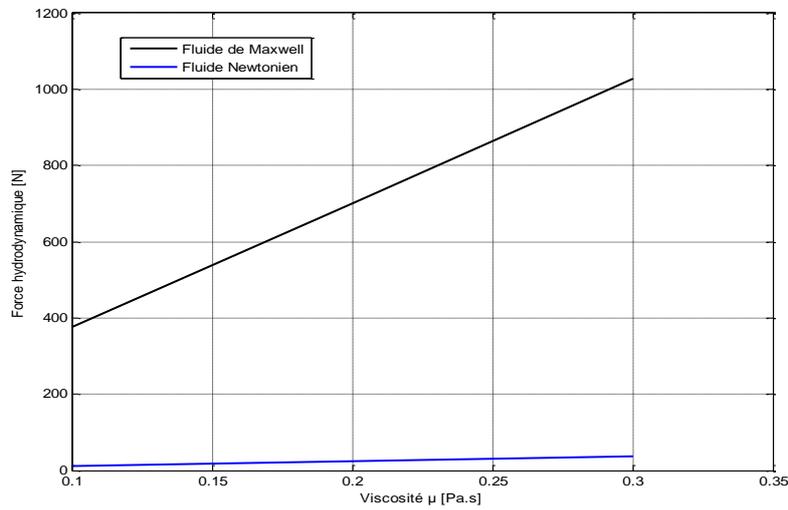


Figure 7. Evolution de la force hydrodynamique en fonction de la viscosité μ ($\varepsilon=0.6$, $\omega=20$ rad/s, $\lambda=1.2 \times 10^{-6}$ s)

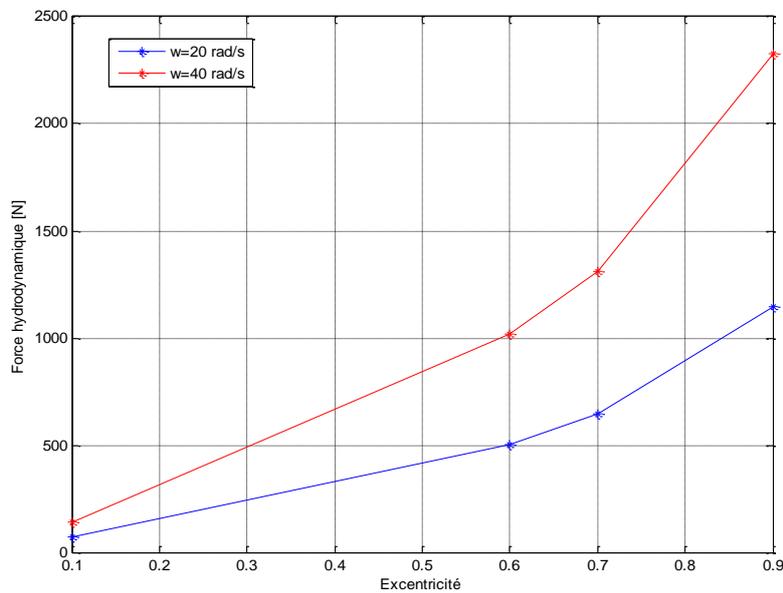


Figure 8. Variation de la force hydrodynamique en fonction de l'excentricité ε pour différentes vitesses de rotation de l'arbre ($\mu=0.3$ Pa.s, $\lambda=1.2 \cdot 10^{-4}$ s)

La figure (3) présente une comparaison de la distribution de la pression pour les deux fluides considérés : fluide Newtonien « $\tau_{ij} = 2\mu D_{ij}$ » et fluide de Maxwell « $\tau_{ij} + \lambda \frac{D\tau_{ij}}{Dt} = 2\mu D_{ij}$ ».

On remarque une superposition de la distribution de la pression pour les deux fluides étudiés (fluide Newtonien à travers le calcul numérique et analytique et le fluide de Maxwell à travers le calcul numérique) qui semblent ainsi être identiques. Ceci est une conséquence de la faible valeur du temps de relaxation $\lambda=1.2 \times 10^{-6}$ s qui favorise normalement la contribution élastique. Le calcul numérique est comparable avec la solution analytique, ce qui justifie directement l'efficacité du code calcul développé en C++.

La figure (4) fait apparaître la différence très nette entre le fluide Newtonien et le fluide viscoélastique quand on considère la contrainte de cisaillement τ_{xy} . Comparativement aux résultats obtenus sur le champ de pression, ceci est tout à fait logique et est le résultat normalement attendu

du fait que là il s'agit d'une part d'une contribution (purement) visqueuse pour le fluide Newtonien à comparer à la contribution viscoélastique du fluide de Maxwell.

La figure (5) présente l'évolution de la pression maximale sur l'arbre en fonction de l'excentricité ε . On notera clairement que pour une excentricité très élevée, la pression est très importante.

La composante F_x de la force hydrodynamique, est représentée sur la figure (6) en fonction de la vitesse de rotation de l'arbre et pour deux excentricités (0.6 et 0.9). Elle est différente de zéro pour le cas de fluide de Maxwell, contrairement au fluide Newtonien qui est nulle. On remarque que la variation de cette composante est non linéaire en fonction des deux paramètres cités précédemment et elle augmente fortement si ces deux paramètres augmentent.

Pour des valeurs de l'excentricité proches de 1, la composante de la force hydrodynamique F_x est comparable avec la deuxième composante de la force hydrodynamique F_y . Ce résultat est confirmé par G.W.Robert et K.Walters [ROB 92] où ils ont montrés que pour une excentricité de $\varepsilon=0.99$ l'amplitude de F_x est de même ordre de grandeur de F_y .

La figure (7) représente l'évolution de la force hydrodynamique F , calculée pour le modèle de Maxwell et le fluide Newtonien. On remarque que la force hydrodynamique est très importante pour le modèle de Maxwell et elle est bien supérieure à celle du fluide Newtonien. Cette différence des résultats est due à l'effet de la première différence des contraintes normales $\langle N_1 = \tau_{xx} - \tau_{yy} \rangle$.

La figure (8) présente la variation de la force hydrodynamique en fonction de l'excentricité relative ε . Les courbes sont présentées pour deux vitesses de rotation de l'arbre (20 rad/s et 40 rad/s). On remarque que la force varie fortement en fonction de ε . Ainsi que si on augmente la vitesse de rotation de l'arbre, tout se passe comme si la courbe est translatée dans le sens inverse de l'excentricité.

7. Conclusion

Ce travail concerne une étude numérique sur la lubrification hydrodynamique des paliers lisses par des fluides ayant un comportement rhéologique décrit par le modèle de Maxwell sur-convecté (Upper Convected Maxwell model UCM). On a développé un code de calcul en C++, puis on a interprété ce code de calcul sous le logiciel Fluent par des UDFs permettant de calculer les termes sources des équations de quantité de mouvement. On a créé aussi des UDSs permettant de calculer les contraintes normales et de cisaillement. Ces codes de calcul soutiendront à toute personne utilisant Fluent d'ajouter le fluide viscoélastique (UCM) à la base de données de ce logiciel.

La validation des codes de calcul s'est opérée sur une comparaison entre un fluide Newtonien et le fluide de Maxwell à faible temps de relaxation. Elle est effectuée dans une géométrie définie par deux cylindres excentriques (le cas d'un palier hydrodynamique cylindrique) [GUE 11].

La confirmation de ces codes de calcul nous a donné l'accès pour entamer une étude des effets des paramètres cinématiques et géométriques sur les champs de pression, de contraintes et sur la force hydrodynamique.

L'effet de la viscoélasticité a été par ailleurs mis en évidence par l'existence de la première différence des contraintes normales. Cette dernière influe directement sur la force hydrodynamique.

Les résultats obtenus dans cet article montrent que :

– Pour un fluide viscoélastique de type UCM, la composante F_x de la force hydrodynamique est différente de zéro, ce qui implique que l'angle de calage est différent de 90° , donc on évite l'instabilité du palier par comparaison à un fluide Newtonien.

– La force hydrodynamique est plus importante dans le cas d'un lubrifiant de type UCM que celle d'un fluide Newtonien.

Ces résultats montrent que les lubrifiants viscoélastiques affectent la charge hydrodynamique dans le système des paliers lisses.

Bibliographie

- [AHM 21] Ahmed H., Biancofiore L., «A new approach for modeling viscoelastic thin film lubrication», *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol 292, 104524, June 2021.
- [AHM 22] Ahmed H., Biancofiore L., «A modified viscosity approach for shear thinning lubricants», *Physics of Fluids* 34, 103103, 2022.
- [BIA 22] BiaoLi, PeidongLi, RunhuaZhou, Xi-QiaoFeng, KunZhou, «Contact mechanics in tribological and contact damage-related problems: A review», *Tribology International*, Vol 171, 107534, July 2022.
- [DAT 22] Datt C., Kansal M., Snoeijer J. H., «A thin-film equation for a viscoelastic fluid, and its application to the Landau–Levich problem», *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* Vol 305, July 2022.
- [DAV 72] Davies J.M., Walters K., «The behaviour of non-Newtonian lubricants in journal bearings -a theoretical study», in: T.C. Davenport (Ed.), *Rheology of Lubricants*, Appl. Sci. Pub., Barking, England, pp. 13–51, 1972.
- [HAJ 17] Hajishafiee A., Kadiric A., Ioannides S., Dini D., «A coupled finite-volume CFD solver for two-dimensional elasto-hydrodynamic lubrication problems with particular application to rolling element bearings», *Tribology International* Vol 109, Pages 258-273, May 2017.
- [FRE 90] Frêne J. and al ., «Lubrification Hydrodynamique, Paliers et Butées», Edition Eyrolles ,1990.
- [PHI 06] Phillips T.N., Smith K.D., «A spectral element approach to the simulation of viscoelastic flows using Brownian configuration fields», *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 138, 98–110, 2006.
- [GAM 21] Gamaniel S.S., Dini D., Biancofiore L., «The effect of fluid viscoelasticity in lubricated contacts in the presence of cavitation», *Tribology International*, Vol 160, 107011, August 2021.
- [GER 08] Gertzos K. P., Nikolakopoulos P.G., Papadopoulos C. A., «CFD analysis of journal bearing hydrodynamic lubrication by Bingham lubricant», *Tribology International*, Vol. 41 pp. 1190-1204, 2008.
- [GUE 11] Guemmadi M., Ouibrahim A., «Generalized Maxwell Model as Viscoelastic Lubricant in Journal Bearing», *Key Engineering Materials* Vol. 478, pp 64-69, 2011.
- [GUE 19] Guemmadi M., «Convection Forcée de Fluides Viscoélastiques en Milieu Confiné – Cas de la Lubrification Hydrodynamique», thèse de Doctorat, université de Boumerdès- Algérie, 2019.
- [GWY 08] Gwynllyw D. Rh., Phillips T. N., «The influence of Oldroyd-B and PTT lubricants on moving journal bearing systems», *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 150, pp. 196-210, 2008.
- [ROB 92] Roberts G. W., Walters K., «On Viscoelastic Effects in journal-bearing Lubrication»,*Rheologica Acta*, Vol. 31, pp. 55-62, 1992.
- [RON 05] Rong Zhong, Win Kai Li, «Non Newtonian effects on lubricant thin film flow», *Journal of Engineering Mathematics* 51:1-13, 2005.
- [OUI 96] Ouibrahim A., Fruman D. H., Gaudemer R., «Vapour Cavitation in Very Confined Spaces for Newtonian and Non Newtonian Fluids», *Physics of Fluids*, Vol. 8, N°. 7, p. 1964, 1996.
- [TIC 96] Tichy J. A., «Non Newtonian Lubrication with the Convected Maxwell Model», *Transactions of the ASME*, Vol. 118 pp. 344-348, 1996.
- [SCA 14] Scaraggi M.B., Persson N.J., «Theory of viscoelastic lubrication», *Tribology International* Vol 72, Pages 118-130, April 2014.