

Modélisation du bilan thermique d'un panneau photovoltaïque par la méthode de Monte Carlo et validation expérimentale

Monte Carlo modelling of the heat balance of a photovoltaic panel and experimental validation

Thomas Villemin^{1,2}, Olivier Farges¹, Gilles Parent¹, Rémy Claverie², Julien Bouyer²

¹ Université de Lorraine, CNRS, LEMTA, F-54000 Nancy, France.

² Cerema Est, Équipe de Recherche TEAM, 71 rue de la grande haie – F-54510 Tomblaine, France.

RÉSUMÉ. L'impact négatif de l'augmentation de la température d'un panneau photovoltaïque sur sa production électrique est un phénomène bien connu. Le développement d'un modèle numérique du bilan thermique du panneau permet d'estimer sa température en intégrant temporellement les paramètres climatiques. Ce bilan est interprété de façon probabiliste par la méthode de Monte Carlo et donne accès à l'estimation de la température du système en un point sonde quelconque. Cette estimation de température est validée à l'aide de données expérimentales puis le modèle est exploité afin de déterminer la production électrique d'un panneau photovoltaïque de 310 W au mois d'octobre 2021.

ABSTRACT. It is very well-known that the PV efficiency drops when the PV temperature increases. The development of a numerical model of the energy balance of the panel is used to estimate its temperature by integrating the climatic parameters over time. This balance is interpreted in a probabilistic way by the Monte Carlo method and gives access to the estimation of the system temperature at any probe point. This estimation is validated using experimental data. Then the model is used to determine the electrical production over a month of a 310 W photovoltaic panel.instructions put together below fall into four categories.

MOTS-CLÉS. Méthode de Monte-Carlo, Couplage, Conduction, Rayonnement, Convection.

KEYWORDS. Monte-Carlo, Coupling, Conductive transfer, Radiative transfer, Convective.

1. Introduction

Au cours des dernières décennies, l'implantation de panneaux photovoltaïques s'est fortement accélérée et ces technologies auront une place importante dans le mix énergétique de demain [1, 2]. En 2019, la puissance photovoltaïque installée au niveau mondial était d'environ 580 GW et la tendance est à la hausse. Ce constat s'explique par la réduction des coûts de fabrication des cellules et par l'amélioration de leur efficacité électrique. Le rendement électrique est généralement compris entre 10 % et 20 % [3]. Un phénomène bien référencé dans la littérature est la dégradation du rendement électrique avec l'augmentation de la température du panneau [4]. Or, une partie du rayonnement solaire incident n'est pas convertie en énergie électrique et contribue à l'échauffement du panneau.

La température du panneau résulte d'une interaction complexe entre celui-ci et son environnement : intermittence du rayonnement solaire, fluctuations aléatoires du vent, précipitations. Malgré ce constat, les technologies photovoltaïques sont certifiées dans les Conditions Standards de Test (STC) correspondant à une situation idéale : un rayonnement solaire incident de $1000 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ dans les conditions AM 1.5 et une température de cellules de 25 °C. De nombreux sites expérimentaux à travers le monde permettent de conclure que ces conditions idéales ne sont quasiment jamais rencontrées au cours de la vie d'un panneau [5]. À ce titre, une évaluation correcte et précise du bilan thermique d'un panneau photovoltaïque est cruciale afin d'en déterminer les performances énergétiques en fonction des conditions environnementales auxquelles il est soumis.

Plusieurs auteurs ont tenté de développer des corrélations directes entre le rendement électrique et les conditions extérieures [6, 4]. Cependant, ces approches sont très souvent limitées aux seules

situations dans lesquelles elles ont été établies. Afin d'éviter ces écueils, un modèle thermique d'un panneau photovoltaïque doit être capable d'intégrer temporellement les variables climatiques afin de simuler correctement les différents échanges thermiques (radiatifs, convectifs, conductifs). Ces paramètres étant par nature très variables, il en résulte une dynamique thermique importante de la part du panneau [7]. De nombreux modèles sont mis en avant dans la littérature et intègrent souvent des simplifications similaires. À titre d'exemple, la température du sol est souvent prise à la température de l'air [8, 9]. Ces modèles font souvent face à des problèmes de géométrie et résolvent le bilan thermique en 1D ou 2D [10]. Enfin, ces modèles sont majoritairement validés sur un profil de température obtenu expérimentalement sur une journée isolée. Il ne faut pas perdre de vue que l'objectif initial est la détermination de la performance énergétique du panneau sur sa durée de vie (environ 25 ans).

Le modèle proposé, basé sur la méthode de Monte-Carlo, présente de nombreux avantages dont la prise en charge de la complexité géométrique 3D du panneau et de son environnement. Par ailleurs, la méthode de Monte-Carlo a déjà fait ses preuves sur sa capacité à gérer des géométries complexes [11] ainsi que dans la prise en compte de phénomènes transitoires présentant une grande variabilité telle que l'énergie solaire [12, 13]. Dans ce travail, nous présentons une démarche similaire à ce qui a pu être proposé dans la littérature mais par cette méthode de résolution originale, le modèle peut dépasser le stade de la validation purement thermique pour répondre à des problématiques énergétiques sur des échelles de temps plus larges. Les différents flux thermiques sont exposés dans la section 2. Ensuite, la modélisation du bilan énergétique est explicitée succinctement dans la section 3. Enfin, le modèle est validé à l'aide de données expérimentales obtenues en conditions contrôlées et en conditions réalistes dans la section 4.

2. Développement d'un modèle couplé des échanges thermiques

L'objectif du modèle est d'estimer la température du panneau photovoltaïque en tout point donné en intégrant les paramètres climatiques. Ce modèle est par la suite exploité afin d'obtenir une estimation de la production électrique sur une année complète.

Panneau photovoltaïque étudié Le système modélisé est un panneau photovoltaïque monocristallin (Recom-Sillia Series 60M) de 310 W composé de 60 cellules en série et de dimensions 1660 mm × 990 mm × 4.45 mm. L'épaisseur du panneau se décompose en cinq couches : une couche de verre en face avant (3 mm), une première couche d'EVA (0.45 mm), les cellules photovoltaïques en silicium (0.15 mm), une seconde couche d'EVA (0.45 mm) et d'une face arrière en polymère (0.4 mm).

Termes sources Dans ce modèle et d'un point de vue thermique, le flux solaire est considéré en face avant du panneau et non comme une source radiative apparaissant en volume dans les différentes couches du système. La conversion d'une partie du rayonnement solaire en électricité se traduit par un abaissement de la température du panneau. Ce terme puits est introduit dans le bilan d'énergie selon l'équation (1).

$$S_{cells}(t) = \frac{\varphi_u^{s,abs}(t) A_{cells} \eta_{pv}}{V_{cells}} \quad (1)$$

$\varphi_u^{s,abs}(t)$ correspond au rayonnement solaire transmis par la couche de verre et absorbé par les cellules photovoltaïques (équation (2))

$$\varphi_u^{s,abs}(t) = \tau_v \alpha_{cells} \varphi_u^s(t) \quad (2)$$

Les valeurs de ces deux coefficients sont $\tau_v=0.95$ et $\alpha_{cells}=0.93$. Le terme η_{pv} est le rendement électrique effectif des cellules et dépend linéairement de la température de ces dernières (équation (3)).

$$\eta_{pv}=\eta_{ref}\left[1-\beta_{ref}\left(T(x,t)-T_{ref}\right)\right] \quad (3)$$

Dans l'équation (3), le rendement de référence η_{ref} du panneau, le coefficient de température des cellules β_{ref} sont donnés par le fabricant. Pour le panneau utilisé dans l'étude, les valeurs de ces deux paramètres sont $\eta_{ref}=18.86\%$ et $\beta_{ref}=0.40\%$. La température de référence T_{ref} est la température aux Conditions Standards de Tests, c'est-à-dire 25 °C.

Conditions aux limites Les conditions aux limites sont de nature radiative et convective et ont lieu principalement sur les faces avant et arrière du panneau. En face avant, le flux solaire incident et l'échange radiatif avec le ciel sont pris en compte. La face arrière échange par convection avec l'air et par rayonnement avec le sol se trouvant à la température T_{ground} . Cette température peut être également modélisée ou prise comme une donnée d'entrée. Dans la plupart des modèles, la température du sol est considérée comme étant égale à la température ambiante. La température du ciel T_{sky} dépend principalement des conditions atmosphériques et de la couverture nuageuse. Deux équations sont couramment utilisées lorsqu'il n'y a pas de nuages (équations (4) et (5)). À l'inverse, pour une couverture nuageuse importante, l'équation (6) est plus adaptée.

$$T_{sky} = T_{air} - 20 \quad (4)$$

$$T_{sky} = 0.052 T_{air}^{1.5} \quad (5)$$

$$T_{sky} = T_{air} - 6 \quad (6)$$

L'écart de température entre le panneau et la température ambiante étant relativement faible, nous procédons à une linéarisation des transferts radiatifs par l'intermédiaire d'un coefficient h_R . Ce coefficient est calculé pour les transferts radiatifs entre le panneau et le ciel ainsi qu'entre le panneau et le sol. Le flux solaire correspond généralement au rayonnement global horizontal ou au rayonnement dans le plan d'incidence du panneau. Dans le modèle présenté ici, le flux $\varphi_u^s(t)$ correspond au flux incident dans le plan du panneau. Des coefficients d'échange sont calculés pour la convection naturelle (h_{cvn}) et forcée (h_{cvf}). La littérature présente de très nombreuses corrélations pour calculer ces coefficients à partir des nombres adimensionnés de Rayleigh (Ra), Reynolds (Re) et Prandtl (Pr). Les corrélations utilisées pour la convection naturelle et la convection forcée sont données respectivement par l'équation (7) l'équation (8).

$$Nu_{cvn} = \begin{cases} 0.76 Ra^{1/4} & \text{si } 10^4 < Ra < 10^7 \\ 0.15 Ra^{1/3} & \text{si } 10^7 < Ra < 3 \times 10^{10} \end{cases} \quad (7)$$

$$Nu_{cvf} = 0.86 Re^{1/2} Pr^{1/3} \quad (8)$$

Bilan d'énergie du panneau La température du panneau $T(x, t)$ est la solution du problème couplé décrit par l'équation de la chaleur en régime instationnaire, des conditions aux limites et de la condition initiale tel que présenté dans les équations (9) à (13). Les normales sont orientées vers l'extérieur du panneau.

$$x \in D, t \in [t_I, t_F] : \rho c_p \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = -\nabla \cdot (-\lambda \nabla T(x, t)) + S_{cells}(x, t) \quad (9)$$

$$x_u \in \partial D_u, t \in [t_I, t_F] : -\lambda \nabla T(x_u, t) \cdot n_u = \varphi_u^{cv}(x_u, t) + \varphi_u^{rad}(x_u, t) - \varphi_u^s(t) \quad (10)$$

$$x_b \in \partial D_b, t \in [t_I, t_F] : -\lambda \nabla T(x_b, t) \cdot n_b = \varphi_b^{cv}(x_b, t) + \varphi_b^{rad}(x_b, t) \quad (11)$$

$$x_l \in \partial D_l, t \in [t_I, t_F] : -\lambda \nabla T(x_l, t) \cdot n_l = \varphi_l^{cv}(x_l, t) + \varphi_l^{rad}(x_l, t) \quad (12)$$

$$x \in D, t = t_I : T(x, t = t_I) = T_I(x) \quad (13)$$

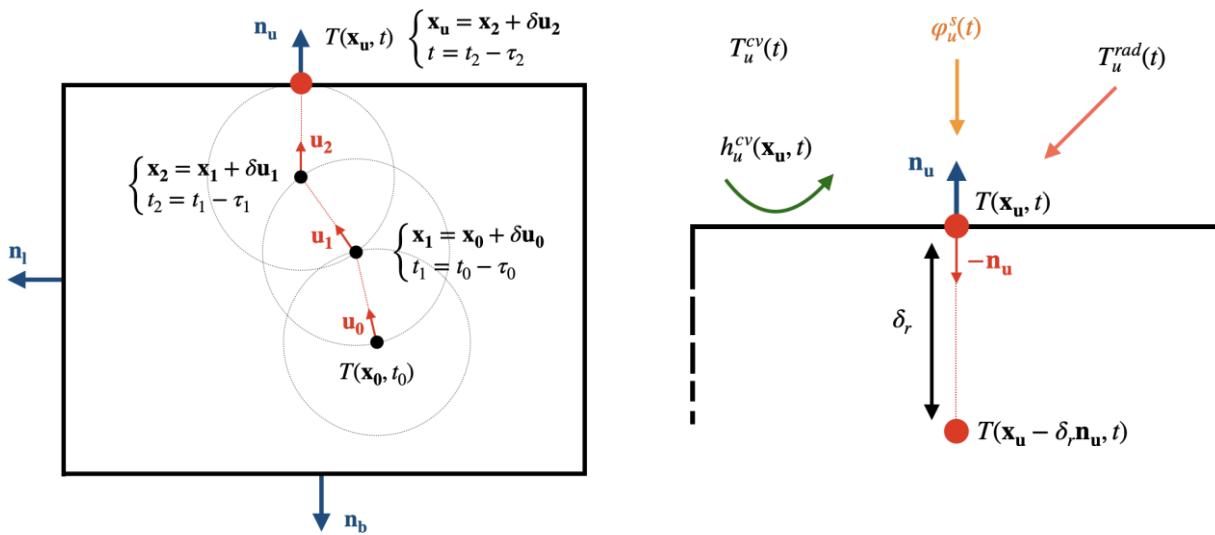
Le terme puits S_{cells} n'intervient que lorsque x est dans la couche de silicium. Dans toutes les autres couches, ce terme est nul. Les propriétés thermiques du panneau (ρ , λ , c_p) correspondent aux propriétés équivalentes à l'ensemble des couches et ont été mesurées expérimentalement.

3. Modélisation du bilan thermique par la méthode de Monte Carlo

Interprétation probabiliste L'équation de la chaleur présentée à la section 2 est reformulée afin d'aboutir à une résolution probabiliste du problème thermique. La température $T(x, t)$ s'évalue comme l'espérance d'une variable aléatoire X .

$$T(x, t) = E[X] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i \quad (14)$$

Pour obtenir une estimation de la température, il faut effectuer N réalisations indépendantes et identiquement distribuées de X . Une fois que la position initiale x_0 et le temps t_0 sont choisis, l'algorithme consiste à échantillonner un temps τ_0 selon la densité de probabilité $\alpha \exp(-\alpha \tau)$ avec $\alpha = \frac{6\lambda}{\rho c_p \delta^2}$ et à se déplacer aléatoirement en décrémentant le temps jusqu'à atteindre une température connue (température de l'air, températures radiatives) ou la température initiale $T_I(x, t_I)$. La marche aléatoire en conduction est décrite sur la figure 1a. Il s'agit d'un algorithme Walk on Sphere à pas constant δ qui a la propriété d'être compatible avec les techniques de lancer de rayons [14]. Lorsque la marche aléatoire atteint une interface et que le temps courant est encore supérieur au temps de la condition initiale, l'écriture de la continuité des flux (figure 1b) s'interprète à nouveau de manière probabiliste par l'équation 15.



(a) *Marche aléatoire en conduction selon le principe de Walk on Sphere à pas constant δ [14]. Le chemin a démarré au point x_0 à l'instant t_0 et a atteint la surface supérieure à la position x_u à l'instant t .*

(b) *Continuité des flux thermiques à l'interface supérieure. La température $T(x_u, t)$ est évaluée par superposition des températures et flux connus du problème pondérés par les probabilités associés à chacun des événements.*

Figure 1. *Principe de la marche aléatoire en conduction et comportement aux interfaces*

$$\begin{aligned}
T(x_u, t) = & \frac{h_u^{cv}(x_u, t)}{\lambda/\delta_r + h_u^{rad}(t) + h_u^{cv}(x_u, t)} T_u^{cv}(t) + \frac{h_u^{rad}(t)}{\lambda/\delta_r + h_u^{rad}(t) + h_u^{cv}(x_u, t)} T_u^{rad}(t) \\
& \text{probabilité de poursuivre en convection} \quad \text{probabilité de poursuivre en rayonnement} \\
& + \frac{\lambda/\delta_r}{\lambda/\delta_r + h_u^{rad}(t) + h_u^{cv}(x_u, t)} T(x_u - \delta_r n_u, t) + \frac{\varphi_u^s(t)}{\lambda/\delta_r + h_u^{rad}(t) + h_u^{cv}(x_u, t)} \\
& \text{probabilité d'être ré-injecté en conduction} \quad \text{contribution du flux solaire en face avant}
\end{aligned} \tag{15}$$

Par ce jeu d'écriture, le chemin peut se poursuivre soit en convection ($T_u^{cv}(t)$), soit en rayonnement ($T_u^{rad}(t)$), ou en conduction ($T(x_u - \delta_r n_u, t)$) après avoir été ré-injecté dans le solide selon un pas δ_r . Dans le cadre de ce problème, les températures d'air et de rayonnement (ciel ou sol) sont connues et par conséquent le chemin s'arrête. À l'inverse, le chemin se poursuit lorsqu'il y ré-injection. Enfin, un accumulateur est incrémenté de la quantité $\frac{\varphi_u^s(t)}{\lambda/\delta_r + h_u^{rad}(t) + h_u^{cv}(x_u, t)}$ à chaque fois que le chemin atteint la surface supérieure et correspond à la contribution du flux solaire à la température.

Environnement de développement Le code de calcul présenté ici s'appuie sur la bibliothèque libre Star-Engine développée par la start-up Meso-Star. Celle-ci propose des solutions innovantes de modélisation et de résolution de problèmes thermiques et énergétiques complexes en lien avec la plateforme EDStar qui regroupe une quarantaine de chercheurs autour de la physique énergétique.

4. Validation expérimentale du modèle

Données expérimentales Les données d'entrée du modèle correspondent aux données climatiques usuelles : le rayonnement solaire dans le plan du panneau (W.m^{-2}), la vitesse du vent (m.s^{-1}), la température d'air ($^\circ\text{C}$) et la température à la surface du sol ($^\circ\text{C}$). Ces mesures proviennent de la base de données du site expérimental du Cerema à Nancy. Dans cet article, deux validations expérimentales sont proposées : une première en chambre climatique et une seconde en conditions réelles concernant un panneau disposé sur une surface gravier. En conditions extérieures, la validation du modèle est réalisée par l'intermédiaire de deux journées typiques : une journée ensoleillée (24 septembre 2021) sans nuages et une journée ensoleillée avec de multiples passages de nuages (11 septembre 2021). Les résultats obtenus par simulations sont comparés aux mesures données par la moyenne des températures des sondes de température placées en face arrière du panneau photovoltaïque.

Validation en conditions contrôlées Dans un premier temps, le modèle est utilisé pour simuler des données expérimentales obtenues sur le panneau photovoltaïque à température d'air contrôlée. Afin d'observer l'influence de la production électrique sur le bilan thermique du panneau, nous avons réalisé des essais dans une chambre climatique de 48 m³ dans laquelle la température peut être régulée entre -30 °C et 30 °C. Elle a été fixée à 20 °C pour cette expérimentation. Le panneau est soumis à un rayonnement, issu d'un illuminateur pourvu de lampes halogènes de 6 kW, mesuré à l'aide d'un pyranomètre. Les températures arrières sont mesurées à l'aide de neuf sondes de température (PT1000) afin d'obtenir une température moyenne, représentative du transfert pour la surface du panneau. Deux pyromètres sont utilisés pour obtenir les températures de parois (mur, sol). La vitesse de l'écoulement de l'air sur la face avant du panneau est mesurée à l'aide d'une sonde Testo 400. Le protocole d'essai est composé de deux phases successives : 1) le panneau est illuminé mais ne produit pas d'électricité pendant approx 1 h puis 2) le panneau est raccordé au réseau électrique et débite de l'électricité. Pour ces conditions, le modèle présenté dans la 2 et implémenté tel que décrit dans la 3 est utilisé afin de simuler la température moyenne arrière.

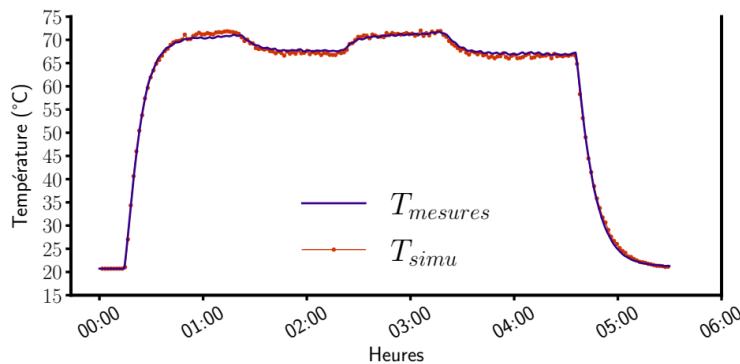
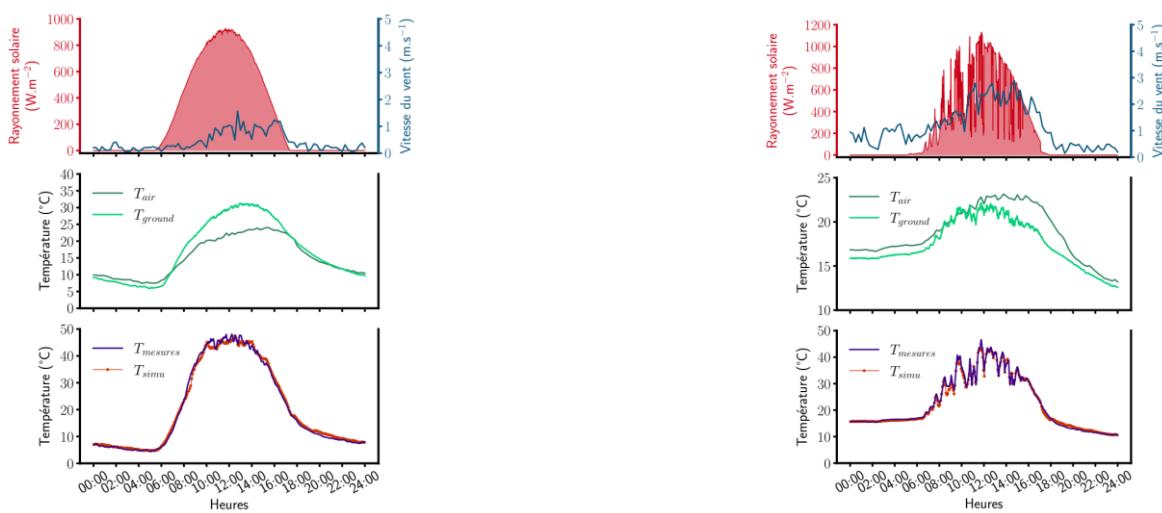


Figure 2. Simulation de la température au centre de la face arrière du panneau et comparaison avec les mesures expérimentales obtenues à température ambiante contrôlée

La figure 2 montre l'évolution de cette température et les résultats de simulation. Dès l'illumination, les températures augmentent et se stabilisent au bout d'une heure à 71 °C. Après mise en production du panneau, la température chute de 4 °C avec un temps de stabilisation d'une heure. La bonne adéquation entre les mesures et la simulation (erreur quadratique moyenne de 0.56 °C) valide le modèle en conditions contrôlées.

Validation en conditions réelles Le panneau photovoltaïque et l'instrumentation associée ont été déplacés sur la toiture du site expérimental. Le panneau a été orienté plein sud afin de bénéficier d'un maximum de rayonnement. Les amplitudes en température et en vitesse de vent sont tracées sur la [outdoor_results]. Pour la journée du 24 septembre, le rayonnement global présente un maximum de 920 W.m⁻² vers . Il est de 1150 W.m⁻² pour la journée du 11 septembre. La présence de nombreux passages nuageux diminue le rayonnement direct et engendre une baisse de la production électrique (non présentée). Pour ces deux journées, le vent possède une intensité faible (inférieure à 3 m.s⁻¹). Les résultats sont présentés pour les deux journées sur les figures 3a et 3b et démontrent la capacité du modèle à simuler la température du panneau. Les erreurs quadratiques moyennes sont de 1.10 °C pour le 24/09/2021 et 0.9 °C pour le 11/09/2021.



(a) Journée du 24/09/2021 : Les variations de température du panneau résultent des fluctuations de l'écoulement d'air.

(b) Journée du 11/09/2021 : Le rayonnement solaire est très fluctuant et cela s'observe directement sur la température du panneau.

Figure 3. Données climatiques et résultats obtenus pour les deux journées sélectionnée

Intégration temporelle de la puissance électrique La robustesse du modèle a été testée en estimant la production d'électricité pour une longue chronique de simulation. Cette production est obtenue en intégrant la puissance électrique sur une période d'un mois (équation 16).

$$\text{Production} = \int_{t_1}^{t_2} \eta_{ref} [1 - \beta_{ref} (T(t) - T_{ref})] \varphi_u^{s,abs}(t) A_{cells} dt \quad (16)$$

L'algorithme de Monte Carlo associé consiste donc à tirer aléatoirement un temps entre t_1 et t_2 et à évaluer la température du panneau correspondante. Le tirage du temps est réalisé uniformément mais il est possible d'optimiser ce tirage en exploitant les données de rayonnement solaire global pour éviter les tirages la nuit par exemple. Le calcul de la production électrique a été réalisé sur le mois d'octobre 2021 pour un panneau de 310 W installé sur la plateforme expérimentale. Le modèle évalue la production électrique à 27.33 kW.h alors que la production effective fournie par l'installation photovoltaïque est de 27.8 kW.h sur cette même période. Ces deux valeurs sont comparables avec l'estimation de 23.29 kW.h basée sur la localisation géographique et fournie par l'outil PVGIS de la Commission européenne¹.

5. Conclusion

Dans cet article, le bilan thermique d'un panneau photovoltaïque soumis à des conditions climatiques transitoires a été résolu par la méthode de Monte Carlo. La température en face arrière du panneau a été simulée. En conditions contrôlées, le modèle permet de simuler l'abaissement de la température du panneau lors de la production électrique. Lorsque le modèle est confronté à des conditions réelles, il simule fidèlement la température du panneau, y compris en présence de perturbations introduites par les variabilités climatiques et permet de calculer une production mensuelle. Les simulations ont été validées par des mesures expérimentales. Le modèle proposé est donc tout à fait en mesure de prédire la production électrique mensuelle d'un panneau photovoltaïque à partir de données climatiques. L'avantage de la méthode Monte Carlo est de permettre d'évaluer cette production sur de plus grandes périodes temporelles sans coût de calculs supplémentaires. Plusieurs perspectives sont envisagées pour ce travail : amélioration des corrélations pour les coefficients d'échange convectif, modélisation de la température du sol plutôt qu'un paramètre d'entrée, prise en compte des phénomènes d'évaporation dans le cas où le panneau est disposé sur une toiture végétalisée. Enfin, il est possible d'intégrer des phénomènes qui sont par nature aléatoires : dépôts de poussière au cours du temps, ombrages, vieillissement des cellules etc.

Bibliographie

- [1] A. M. Mitrašinović, Photovoltaics advancements for transition from renewable to clean energy, *Energy* (2021), Volume 237, 121510
- [2] Baromètre 2020 de l'énergie photovoltaïque dans l'Union européenne, Livrable du projet Européen EurObservER. Disponible sur Connaissances des énergies
- [3] G. N. Tiwari, R. K. Mishra, S. C. Solanki, Photovoltaic modules and their applications : A review on thermal modelling, (2011), Volume 88, 2287-2304
- [4] E. Skoplaki, J. A. Palyvos, On the temperature dependence of photovoltaic module electrical performance : A review of efficiency/power correlations, *Solar Energy*, (2009), Volume 83, 614-624
- [5] D. Moser, M. Pichler, M. Nikolaeva-Dimitrova, Filtering Procedures for Reliable Outdoor Temperature Coefficients in Different Photovoltaic Technologies, (2014), 136

- [6] A. Gaglia, S. Lykoudis, A. A. Argiriou, C. A. Balaras, E. Dialynas, Energy efficiency of PV panels under real outdoor conditions—An experimental assessment in Athens, Greece, *Renewable Energy*, (2017), Volume 101, 236-243
- [7] M. Jaszczur, Q. Hassan, J. Teneta, E. Majewska, M. Zych, An analysis of temperature distribution in solar photovoltaic module under various environmental conditions, *MATEC Web Conference*, (2018), 240
- [8] J. Heusinger, S. Weber, Surface energy balance of an extensive green roof as quantified by full year eddy-covariance measurements, *Science of the Total Environment*, (2017), 577, 220-230
- [9] S. P. Aly, S. Ahzi, N. Barth, Effect of physical and environmental factors on the performance of a photovoltaic panel, *Solar Energy Materials & Solar Cells*, (2019), 200, 109948
- [10] S. P. Aly, S. Ahzi, N. Barth, B. W. Figgis, Two-dimensional finite difference-based model for coupled irradiation and heat transfer in photovoltaic modules, *Solar Energy Materials & Solar Cells*, (2018), 180, 289-302
- [11] M. Sans-Laurent, O. Farges, V. Schick, C. Moyne, G. Parent, Modeling the Flash Method by using a Conducto-Radiative Monte-Carlo Method : Application to Porous Media, *9th International Symposium on Radiative Transfer (RAD-19)*, (Athens, Greece, June 2019), 319-326
- [12] O. Farges, J.J. Bézian, H. Bru, M. El-Hafi, R. Fournier, C. Spiesser, Life-time integration using Monte Carlo Methods when optimizing the design of concentrated solar power plants, *Solar Energy*, (2015), Volume 113
- [13] T. Villemain, O. Farges, G. Parent, R. Claverie, J. Bouyer, Modélisation et intégration temporelle d'un problème thermique couplé par la méthode de Monte-Carlo, *Congrès Annuel de la Société Française de Thermique 2021*, (Juin 2021)
- [14] L. Ibarrart, Description en espaces de chemins et méthode de Monte Carlo pour les transferts thermiques couplés dans les structures fluides et solides, une approche compatible avec l'informatique graphique, *Thèse de doctorat, École des mines d'Albi*, Février 2020